J.R.BOŠKOVIĆ

DE VIRIBUS VIVIS

RIM, 1745.god.

A. M. D. G.

DE VIRIBUS VIVIS DISSERTATIO

Habita in Collegio Romano Soc. JESU

A PP. EJUSDEM SOCIETATIS

Die 6.: Menſe Septembri: Anno 1745.

[auctore R. Jos. Boscovich]

ROMÆ, MDCCXLV.

Typis Komarek in via Curſus.)(*Superiorum permiſſu.*

T
237
3.

Celeberrimam de virium vivarum menſura controverſiam aggredimur vel dirimendam, vel componendam, vel potius ſummovendam: opus ſanè arduum, & audax conſilium: nulla enim fortaſſe alia Mathematicos primæ notæ, nulla certè Mechanicos gravius, diutiuſque in factiones diſtraxit. At quid nocebit tentaſſe. Si res minus proſpere ceſſerit; licebit ſaltem uſurpare vulgatiſſimum illud: *Vel contendiſſe decorum eſt*.

1. Duo virium genera in corporibus univerſa diſtinxit antiquitas, quorum utrunque a potentiis quibuſdam motus omnes vel generantibus, vel immutantibus ortum duceret: alterum, quod in niſu quodam ad motum conſiſteret, qui ſinè ullo etiam motu haberi poſſet, ut ubi per ſubjectum planum impeditur gravitatis effectus: alterum quod ſemper cum motu ipſo conjunctum eſſet, quod Peripatetici Impetum appellarunt, & ita per niſum illum ſummoto obſtaculo cenſuerunt gigni, ac corporibus communicari; ut ejus ope & motum continuarent, & obſtacula, ſi quæ ſe offerrent, pervincere conarentur, ac ſummovere. Utriuſque autem generis vires a ſola celeritate æſtimari conſueverant, ubi de ſingulis æqualibus meteriæ particulis ageretur; ut nimirum niſus ille duplus eſſet, vel triplus, qui ſummoto obſtaculo duplam in eadem materiæ particula, vel triplam velocitatem generaret eodem tempore; impetus autem duplus cenſeretur, vel triplus, qui cum dupla, vel tripla celeritate

ejuſdem particulæ conjunctus eſſet : ac proindè , ubi de inæqualibus materiæ quantitatibus , ſivè , quod idem ſonat , de inæqualibus maſſis ſermo eſſet ; eſtimabantur vires utriuſque generis a ſummis celeritatum particularum omnium æqualium , nimirum à maſſis ipſis in ſimplicem celeritatem ductis .

2. Et quidem, quod ad primi generis vires pertinet, earum menſura facilè experimentis confirmabatur , cum & virium æqualitas, ſi æquales forent , ex æquilibrio innoteſceret, ac per æqualitatem ratio quoque , ſi forent inæquales , deduceretur , & celeritates dato tempore genitæ facilè obſervando
F. 1. detegerentur. In vertice *B* plani inclinati *AB* accuratiſſimè levigati ſit trochlea, filo *DBC* advoluto, e cujus altero extremo globus *C* liberè pendeat , ex altero bini æquales ex eadem materia globi *E*, & *D* partim ab ipſo filo, partim ab eodem plano inclinato ſuſtineantur . Quoniam niſum ad deſcenſum per planum inclinatum minorem experimur , quam ad deſcenſum liberum; invenietur facilè inclinatio illa , quæ globum *C* cum globis *E* , & *D* in æquilibrio ſiſtat . Eo caſu niſus ad deſcenſum globi *D* , æqualis niſui globi *E* æquabitur dimidio niſui globi *C* , cum ob æquilibrium primi illi duo ſimul hunc tertium ſolum adæquent . Jam verò ſi filo diſrupto diligenter notentur celeritates , quas in deſcenſu acquirunt eodem tempore globi *C* , & *D* ; invenietur prioris celeritas poſterioris celeritatis dupla ; in eadem nimirum ratione niſuum ; quod idem generalius deprehenditur ſi in *D* quicunque æqualium globorum numerus appendatur , vel globus cujuſcunque maſſæ ; celeritates enim ſingularum particularum in deſcenſu acquiſitæ eodem tempore erunt , ut niſus ex æquilibrio deducti , quod idem aliis quoque methodis , & in aliis virium generibus experiri liceret .

3. Quod verò ad ſecundi generis vires pertinet , tentatum quidem a Galileo , Merſenno , Ricciolio , aliiſque , ſed experimentis plures non ita notas circumſtantias involventibus , ut nihil inde erui poterit , quod controverſiæ occaſionem præriperet . Adhuc tamen uſque ad annum 1686.

ſecun-

ſecundi quoque generis virium menſura eadem ſatis communiter eſt adhibita. Eo autem anno in Actis Lipſienſibus Leibnitius ſchediaſma edidit, cui titulus: *Brevis demonſtratio erroris memorabilis Carteſii, & aliorum circa legem naturæ &c.*, in quo primi generis vires *Mortuas* appellavit, ſecundi generis *Vivas*, & illas quidem a maſſis in velocitates ductis, has vero a maſſis ductis in quadrata velocitatum æſtimandas cenſuit; ut nimirum idem corpus cum dupla velocitate delatum non duplam ſed quadruplam habere debeat vim vivam, cum tripla, vel decupla non triplam, vel decuplam, ſed noncuplam, vel centuplam: cujus novæ ſententiæ illud in primis protulit fundamentum vir celeberrimus, quod videret gravia ſurſum projecta aſcendere ad altitudines proportionales non celeritatibus ipſis, ſed celeritatum quadratis.

4. Et initio quidem non ita multos nova opinio ſectatores habuit, pleriſque adhuc veteri ſententiæ addictis, Papino inprimis recentem illam impugnante, cum quo aliquandiù certavit Leibnitius. Verum Joanne Bernoullio redintegrante bellum, qui novis elaſtrorum experimentis Leibnitianam ſententiam reſtituit, plurimi ſtatim per Germaniam potiſſimùm, atque Italiam ſummi viri eaſdem partes amplexi ſunt, quas Hermannus elaſticorum globorum occurſibus, Polenus fovearum in molli corpore excavationibus factis impreſſione diverſorum globorum decidentium ex diverſis altitudinibus, alii aliis confirmare conati ſunt, ac ſtabilire; maximo auctoritatis pondere Leibnitianæ ſententiæ accedente a reliquorum Bernoulliorum, & Volfii ſuffragiis in Germania, Graveſandii, & Muſchembroekii in Hollandia, Comitis Jacobi Riccati jam olim, & nuper Patris Vincentii Riccati ejus filii ſummi e noſtra Societate Mathematici in Italia, ac demùm in Gallia ipſa veteri potius ſententiæ addicta Matronæ lectiſſimæ du Chatellet, quæ in ſuis phyſicis inſtitutionibus Leibnitianas partes acerrimè propugnavit.

5. Nec temen vetus ſententia tanto auctoritatis pondere obru-

obruta corruit, aut de ſuo dignitatis gradu devoluta eſt, plurimis per Galliam potiſſimum, & Angliam contra obnitentibus, & in hac quidem Stirlingio, ac Mac-laurino, in ea Mairanio ſummis viris, pro eadem tanquam pro aris, & focis acerrimè pugnantibus, quorum poſtremus ita noſtro quidem judicio veterem explicavit ſententiam, & ab omnibus adverſariorum telis protexit; ut nihil jam ab experimentis afferri poſſit, quod Mairanii methodo cum ea optimè conciliari nequeat, analogia præterea, & ſimplicitate naturæ ipſi abunde faventibus: quem tantum virum & injuria carpit, & quidem acrius, quam par eſſet, Petrus Martinus in opuſculo de viribus vivis edito quatuor ab hinc annis, licet eandem ibidem, quam Mairanius ſententiam propugnet. Ubi illud ſanè Martino contigit, quod ſæpe quoſdam primæ notæ Auctores carpentibus uſuvenire ſolet, ut in eo maximè, in quo eos corrigendos putant, labantur ipſi. Rem totam aperiemus, quam breviſſimè, non quod hac noſtra defenſione indigere arbitremur celeberrimum virum in re ſatis patente per ſe ipſam; ſed ut erga doctiſſimum hominem, nobiſque amiciſſimum, qualecunque hoc obſequii noſtri argumentum exhibeamus.

6. Inter cætera experimenta, quæ pro Leibnitiana ſen-
F. 2. tentia afferri ſolent, illud eſt non vulgare, quo globus *A*, ſi demittatur ſucceſſivè ex diverſis altitudinibus *AB* in maſſam *MN* argillæ mollis, vel ſebi, vel alterius ejuſmodi materiæ cujuſcunque, deprehenditur excavare foveas *DCE* proportionales ipſis altitudinibus, ex quibus globus demittitur: cumque ex legibus Galilei quadrata celeritatum, quas gravia cadendo acquirunt, ſint ut altitudines, ex quibus cadunt; patet foveas ipſas eſſe proportionales non velocitatibus, ſed velocitatum quadratis, ex quo Leibnitiani deducunt vires quoque vivas corporum, quarum nimirum effectus ſit ejuſmodi fovearum excavatio, non ipſis celeritatibus reſpondere, ſed celeritatum quadratis. Id ipſum experimentum paſſim à Leibnitianis adductum recenſuerat una cum aliis nonnullis in ſua diſſertatione Mairanius, quam anno

anno 1728. Commentariis Academiæ Pariſienſis inſeruit, illud adjungens, ea in dubium revocari non poſſe, cum tradantur a viris æque doctis, ac in experimentorum diligentiſſima inſtitutione exercitatis. Admiſſo autem experimento demonſtraverat ex veteri ipſa de viribus vivis ſententia idem prorſus phænomenum conſequi debere, ſi ratio temporis, quo velocitates ſingulæ amittuntur, habeatur; illud enim oſtenderat, ſi earum virium, quæ in ſovea excavanda amittuntur, ineatur ratio, duplam vim amitti non poſſe, niſi poſt quadruplum mollis illius materiæ loco motum, atque compreſſum.

7. Mairanii locum in notis in ſuam illam diſſertationem Martinus producit, ubi etiam idem experimentum addit & a Fontenello traditum, ut exactè inſtitutum, ac ſæpius repetitum, & a Cribellio fuiſſe propoſitum, & a Poleno admiſſum, quod idem demum in fine ipſius diſſertationis apud Muſchembroekium quoque ſe legiſſe affirmat. Nihilo tamen minus *ego*, inquit, *ſi opus eſſet jurarem a nemine hoc experimentum fuiſſe inſtitutum. Sed ignoſcamus Mairano experimenti ignorationem, ſe enim in eo libenter credulum præbuiſſe apparet. Quis ei ignoſcet id, quod fidenter tradit, experimentum ipſum cum vulgari virium æſtimatione mire conſentire?* Sub finem autem de Muſchembroekio agens, *Opponit*, inquit, *varia experimenta, inter quæ non reticet illud globi cadentis ab inæqualibus altitudinibus, imprimentiſque ſoveas proportionales altitudinibus ipſis; qui quidem error eſt ei communis cum Carteſianis, Leibnitianiſque omnibus ſic experimentum ſe habere tradentibus*. Mirum ſanè videbitur contra tantam tantorum hominum, immò omnium Carteſianorum, ac Leibnitianorum licet contrarias inter ſe partes defendentium, auctoritatem in quæſtione de facto, hac noſtra ætate, qua ubique diligentiſſimis, & crebro repetitis experimentis in naturam inquiritur, aſſirmaſſe, paratum ſe jurare a nemine hoc experimentum inſtitutum, & Mairanii credulitatem incuſaſſe. Nec minus admiratione dignus tantæ fiduciæ fons. Inſtituerat nimirum idem

 expe-

experimentum Martinus, cujus ſucceſſum cum Mairanii, cæterorumque omnium teſtimoniis apprime conſentientem, ut ex ipſa ejus narratione conſtat, ipſe maximè iiſdem contrarium cenſuerat. Dimenſus enim ſovearum profunditates *BC*, ſive arcuum *DCE* ſinus verſos, invenerat profunditatem foveæ impreſſæ a globo ex quadrupla altitudine decidente eſſe proximè duplam non quadruplam. At ii cum foveam nominant, non ejus profunditatem intelligunt, ſed ſpatium omne *DCE* longum, latum, & profundum, quod indicat quantitatem materiæ mollis loco motæ, atque compreſſæ, nimirum ſegmentum ſolidum ſphæræ, cujus ſegmenti axis eſt ipſa illa profunditas *CB*. Conſtat autem, ſi axes *CB* plurium ſegmentorum ad diametrum ſphæræ rationem exiguam habeant, fore ſegmenta ipſa proximè ut profunditatum quadrata; poſita enim ratione diametri ad circumferentiam ut 1. ad c, diametro ſphæræ $= a$, axe $CB = x$, eſt ſegmentum ſpæricum $\frac{1}{2} acxx - \frac{1}{3} cx^3$, in qua formula ſi x reſpectu a ſit ſatis exigua, ſecundum membrum contemni poterit ſine notabili mutatione primi; ac proinde ſegmenta ipſa erunt proximè ut $\frac{1}{2} acxx$, ſive ob $\frac{1}{2} ac$ conſtantem, ut xx, in duplicata ratione profunditatum. Quamobrem ex eo ipſo, quod Martino obvenerit ſovearum profunditas proximè dupla in caſu altitudinis quadruplæ, colligitur foveam ipſam proximè quadruplam extitiſſe; quod Mairanius, quod Fontenellus, quod Muſchembroekius, quod Carteſiani, & Leibnitiani omnes, ipſo Martino teſte, haud illi quidem plus æquo creduli, ita ſe habere affirmaverant.

8. Nec primum hoc eo in genere Martini infortunium. Accuſaverat gravius ipſe in epiſtola illa de luminis refractione (de qua epiſtola & nos mentionem fecimus in diſſertatione De natura & uſu infinitorum, & infinitè parvorum edita anno 1741., & meminit Martinus in hoc opuſculo eodem anno edito) PP. Clavium, & Tacquetum, quod affirmarent è falſo directè ratiocinando verum demonſtrari poſſe, & integram diſſertationem de eodem argumento promiſerat. Nos ibidem, & quæ Martinus inter ſe confunderet,

& in

& in quo maximè falleretur, paucis expoſuimus, illud polliciti, ſi ejuſmodi diſſertationem edidiſſet, defenſionem ſuſcepturos, & quæ nobis tam in ea epiſtola, quam in edenda diſſertatione diſplicerent, evulgaturos. Edebat autem ipſe eodem ferme tempore opuſculum ſuum de virium vivarum menſura, cujus notis immiſcuit nonnulla, quæ ad ejuſmodi quæſtionem pertinerent. Cum vero ibidem nihil prorſus invenerimus, quod ad ea ſpectet, quæ nos obiecimus; cenſemus opuſculi impreſſionem abſolutam eſſe, ante quam noſtræ diſſertationis exemplum ad ipſum perveniret. Nec verò inter ea, quæ adjecta ſunt ibi, quidquam adeſt, quod nos magnopere moveat, ſivè rationem illam ſpectemus, qua Martinus utitur ad probandum, non poſſe e falſo deduci, verum, ſive reſponſionem, qua Tacquetianam demonſtrationem conatur eludere. In ipſa enim ratione æquivocationem quandam latere, haud difficulter oſtendi poteſt, quod tamen manifeſtius patet ex ipſa Tacquetiana demonſtratione, in qua illud ſanè omninò inficiari Martinus non poteſt; ex falſa hypotheſi, quod recta linea, quam ibi Tacquetus nominat, perpendicularis ſit dato plano, deveniri ad veram propoſitionem, quod perpendicularis non ſit, abſque eo, quod ullum in toto illo diſcurſu ratiocinationis vitium deprehendi poſſit. Deducit quidem Tacquetus demonſtrationem eo; ut evincat, falſa illa hypotheſi admiſſa, angulum quendam, qui verè rectus eſſe debet, obliquum eſſe; ſed malè iccircò Martinus infert, a Tacqueto nihil niſi falſum ex falſo erui; nam in ea Tacquetus propoſitione non ſiſtit, ſed recta utique ratiocinatione ex illa anguli obliquitate jam deducta ad veram tandem propoſitionem progreditur, quod nimirum Recta illa ipſa dato plano perpendicularis non ſit, quæ propoſitio & deducitur ex falſo, & cum ex ipſa ſua contradictoria deducatur, evidenter vera deprehenditur. Verùm hic in eo fuſius immorari nec licet, nec libet: immorabimur fortaſſe alibi potiſſimum, ſiquid ad ea, quæ in noſtra illa diſſertatione propoſuimus, reponat uſpiam. Interea verò propoſita de viribus vivis controverſia ad ſe nos vocat.

9. Nos

9. Nos quidem poſteaquam & phænomena omnia, & phænomenorum explicationes ab utriuſque partis propugnatoribus propoſitas diu diligentiſſimè conſideravimus, in eam tandem ſententiam devenimus, quam hic proponimus propugnandam, *Vires vivas in corporibus nullas eſſe*: illud enim contendimus, phænomena omnia ita pendere a vi inertiæ, & momentaneis, ac perpetuo pereuntibus potentiarum actionibus, ſivè viribus mortuis, ut vires vivæ ſint prorſus ſuperfluæ, ac ex illo Newtoni principio ſatis communiter admiſſo, cauſas non plures admittendas eſſe, quam quæ veræ ſint, & effectibus explicandis ſufficiant, omnino è phyſica reiiciendæ. Si eam ſententiam ſatis comprobaverimus ſummovebitur ipſa de virium vivarum æſtimatione controverſia. Si autem adhuc virium vivarum nomine uti libuerit, & id nomen adnectere ideæ alicui objecta alia aliunde nota complectenti; tùm vero poterit ita adhiberi, ut vires vivæ vel maſsis reſpondeant in ſimplices celeritates ductis, vel maſſis ductis in quadrata celeritatum, quo quidem pacto controverſia ipſa componeretur redacta ad litem de nomine. Si demum ſecluſo principio illo, vires vivas licet ſuperfluas illas quidem, & inutiles, quiſpiam omninò velit admittere; aſſirmamus, ſalvis phænomenis, admitti poſſe vel ita, ut reſpondeant maſſis in celeritates ſimplices ductis, vel maſſis ductis in celeritatum quadrata, ita tamen, ut ſimplicitati & analogiæ naturæ melius conſulatur in priore, quam in poſteriore ſententia, quo demum pacto controverſia dirimeretur. Hæc autem omnia cum expoſuerimus; addemus ex ea occaſione nonnulla, quæ ad corporum compoſitionem, & partium, ex quibus coaleſcunt, naturam, vireſque pertinent, nobis ſaltem nova, & ut ſperamus nec injucunda, geometris potiſſimum, nec infæcunda, & quæ noſtram hanc ipſam de viribus vivis ſententiam ſimpliciorem reddant, atque elegantiorem.

10. Agnoſcunt omnes utriuſque ſententiæ Mechanici vim eam in corporibus, quam Keplerus omnium primus vim *Inertiæ* appellavit, Newtonius vim inſitam, & paſſivam.

Ea

Ea eſt determinatio quædam materiæ ad perſeverandum in eo ſtatu quietis, vel motus uniformis in directum, in quo ſemel eſt poſita, niſi aliqua potentia cogat ſtatum mutare. Ea vel eſt quædam naturæ lex Conditori libera, vel eſt quædam, ut ſcholaſticorum voce utamur, exigentia conditionata ipſius eſſentiæ corporis, quam & Peripatetici poſſunt admittere, & ſi velint in qualitate etiam aliqua collocare, quæ habeat ejuſmodi conditionatam exigentiam. In quo ea ſita ſit phyſice, hic nimirum non quærimus. Satis eſt nobis, quod eam in corporibus admittant Mechanici, tam ii, qui vires vivas admittunt ſolis velocitatibus proportionales, quam ii, qui velocitatum quadratis, cum quibus agimus. Ea vi inertiæ corpora ſi nullam habent velocitatem, quieſcunt; ſi habent aliquam, eandem retinent, donec nova ab aliqua potentia generetur.

11. Porrò Velocitas, vel Celeritas, poteſt conſiderari (ut hic etiam ſcholaſticorum utamur vocibus, hic maxime idoneis) in actu primo, & in actu ſecundo. Velocitas in actu ſecundo eſt relatio quædam ſpatii, quod percurritur, & temporis, quo percurritur: nec ejus idea quidquam aliud involvit præter tempus, ſpatium, & eorum relationem quandam, quâ hæc celeritas eo major dicitur, quo plus ſpatiis eodem tempore percurritur motu uniformi, & quo minus tempus in eodem ſpatio percurrendo impenditur; ac proinde eſt ut ſpatium diviſum per tempus. Huic celeritati in ſingulis particulis materiæ reſpondet quantitas motus dato tempore perfecti ab eadem particula, qui motus, cum ſit translatio de loco in locum, eſt ut ſpatium percurſum. Ac proinde in toto corpore eſt quantitas motus, ut ſumma celeritatum particularum omnium, ſive ut celeritas in maſſam ducta. Hæc ipſis Mechanicæ tyronibus notiſſima ſunt.

12. Velocitas in actu primo eſt ipſa determinatio, quam habet corpus ad hanc celeritatem in actu ſecundo; ſive eſt determinatio percurrendi dato tempore determinatum ſpatium. Hanc velocitatem retinet corpus in motu uniformi

vi inertiæ; immò ea nihil eſt aliud, niſi ipſa vis inertiæ determinata a precedentibus diſpoſitionibus, nimirum vel a primo ſtatu, in quo eam materiam Conditor poſuit, dum conderet, vel ab actionibus potentiarum, quæ in illam egerunt prius.

13. Potentiarum nomine intelligimus eas cauſas, quæ per actiones ſuas ſtatum corporis mutant, quæ cum illud determinant ad habendam aliam celeritatem in actu ſecundo, dicuntur producere in ipſo novam celeritatem in actu primo. Actio momentanea, qua hæc velocitas generari concipitur, dicitur vis activa, quæ nobis quidem eſt unica vis, a Leibnitio autem vis mortua dicta eſt. Ejuſmodi potentiæ ſunt impenetrabilitas in colliſione corporum, ſi per contactum fiat: gravitas in acceſſu ad centrum, vel ad aliud corpus: ea cauſa, quæ, ſi partes quorundam corporum ad ſe plus æquo accedant, eas repellit, ſi recedant plus æquo, ad ſe invicem adducit, & dicitur vis elaſtica; cauſa pariter adhæſionis particularum corporum, qua unius motum altera ſequitur; cauſa obſiſtens compreſſioni quorundam aliorum corporum, quæ figuram amiſſam non recuperant, & mollia dicuntur; & aliæ ejuſmodi, ſi quæ ſunt.

14. Eæ pariter potentiæ poſſunt reponi vel in libera Dei lege, vel in alia conditionata exigentia quadam eſſentiæ ipſius corporis, vel etiam a Peripateticis, ſi velint, in qualitate quadam, ſalvis prorſus phænomenis. In quocunque enim phyſicè ſitæ ſint ejuſmodi potentiæ, modo eandem velocitatem in actu primo generent in corpore, ſive ipſum ad eandem celeritatem in actu ſecundo determinent, eadem ſemper motuum phænomena habebuntur. Quanquam autem hic & actionis, & generationis nomine utimur; tamen nulla vera, & phyſica actione, aut productione eſt opus, in ea generatione velocitatis in actu primo; ut ipſa celeritas juxta ideam, quam de ea tradidimus, non eſt aliquid, quod phyſice producatur, & de novo adveniat. Habetur abunde per præſentem combinationem illius vel legis, vel exigentiæ conditionatæ, in qua vis inertiæ ſita eſt, & illius alte-

rius,

rius, in qua ſita eſt potentia ipſa, ac per circumſtantiam loci, vel aliam ejuſmodi; quæ conditionem in potentia ipſa inſſibitam determinet. Sic Gravitas per Newtonianos eſt quædam vel determinatio ipſorum corporum naturæ, vel potius libera Dei lex, qua ſi bina corpora poſita ſint in quacunque diſtantia etiam in vacuo, ſtatim acquirant determinationem accedendi ad ſe invicem, & acquirendi novam celeritatem in actu ſecundo eo majorem, quo minus eſt quadratum diſtantiæ. Intelligantur ea corpora exiſtere: intelligatur vis inertiæ, qua priorem celeritatem retineant ſi nulla potentia agat: intelligatur tanta determinata diſtantia; intelligitur genita nova celeritas in actu primo, determinatis conditionibus omnibus: & intelligetur nova celeritas perpetuo advenire, ſi intelligantur perpetuo determinari conditiones eædem. Nulla in hac idea involvitur vera productio cujuſdam, quod ſit velocitas in actu primo, nulla actio phyſica; quod quidem hic ſemel ita præmittimus, ut intelligatur ſemper, quo ſenſu actionem velocitatis generativam accipiamus, eamque uſurpare nobis liceat impoſterum, quin ullius vivæ vis productio ad velocitatis generationem requiratur.

15. Potentias plerunque concipimus tanquam perpetuo agentes, ut gravitatem, & elaſticitatem. Eæ ſingulis momentis temporis ſolam producunt preſſionem, quæ in velocitatem non tranſit ulla multiplicatione, ſed ſolo ductu per tempus continuum; prorſus ut linea nulla ſui multiplicatione evadit ſuperficies, ſed continuo ductu per aliam lineam. Verum impenetrabilitas, ut in congreſsu eorum corporum, quæ figuram nulla vi mutant, & dicuntur dura (quæ corpora an exiſtant in natura hic non quærimus, ea autem inferius excludemus), ipſo momento temporis, quo contactus ſit, velocitatem generat; & tanquam per ſaltum mutat; atque idcirco vis, quæ in percuſſione exeritur, dicitur eſſe altioris ordinis, nec pura preſſio utcunque multiplicata ipſam adæquat, ſed ſolum, ut diximus, ducta per tempus continuum.

16. Preſſio tamen ita cum velocitate connectitur, ut li-

nea recta cum plano. Ut enim recta linea per aliam datam rectam ducta in eodem angulo planum deſcribit ſibi proportionale, ſic preſſio per datum tempus continuata abit in velocitatem ſibi proportionalem. Ut variata etiam linea, in quam altera ducitur, eſt planum genitum in ratione compoſita lineæ, quæ ducitur, & per quam ducitur; ita etiam variato tempore, quo eadem preſſio durat; velocitas genita eſt in ratione compoſita preſſionis, & temporis, per quod ea continuatur. Ut ſi in fig. 3. recta *EF* perpetuo maneat ejuſdem longitudinis, dum per rectam *AC* ducitur ad angulos rectos; deſcribit rectangulum, in quo ſingulis particulis *Ee* reſpondeant ſpatiola *FEef* æqualia; At ſi ipſa perpetuo vel creſcat, vel minuatur, & fortaſſe etiam evaneſcat, ac ad partes oppoſitas abeat; aliam figuram planam deſcribit, vel ad eaſdem partes jacentem, vel partim ad eaſdem, partim ad contrarias; ſic & preſſio, ſi ſemper ejuſdem magnitudinis perſeveret, motum generat uniformiter acceleratum, in quo ſingulis tempuſculis æqualibus accedunt æqualia velocitatis incrementa; at ſi perpetuo varietur, producit motum difformiter acceleratum, in quo incrementa ipſa celeritatis tempuſculis æqualibus facta, vel majora ſint, vel minora perpetuo, aut etiam preſſione directionem mutante, abeant in decrementa. Ut demum ſi ſpatiolum *Ee* concipiatur indefinitè parvum, ob differentiam rectarum *ef*, *EF* indefinitè parvam concipitur areola *FEef* tanquam rectangulum; Ita ob binarum preſſionum differentiam tempuſculo indefinitè parvo indefinitè parvam, motus etiam difformiter acceleratus tempuſculo illo ipſo concipitur tanquam uniformiter acceleratus. Quamobrem ſi ſegmenta *AE* rectæ *AC* exprimant tempora: recta autem *EF* exprimat preſſiones ipſas; optimè per planum *BAEF* exprimetur ipſa celeritas, in quam abit preſſio *EF* continuata per tempus *AE*. Quanquam ut omne aliud quantitatum genus, velocitates quoque per lineas exprimi poterunt, aſſumpta ad arbitrium una aliqua linea, quæ unam aliquam velocitatem exponat.

17. Ut

17. Ut autem hæc theoria generalior ſit, in ipſo æquilibrio, in quo oppoſitis preſſionibus binæ potentiæ inter ſe pugnant, & nullus conſequitur motus, nulla celeritas in actu ſecundo; concipimus tempore quovis continuo velocitates in actu primo produci, ſed contrarias, & æquales, quarum proinde ſumma perpetuo maneat =0; actione autem potentiæ exercita momento temporis, quod temporis continui non eſt pars, ſed terminus, eodem prorſus pacto, quo punctum in geometria non eſt lineæ pars, ſed terminus, generari concipimus preſſionem illam tantum, quæ ad celeritatem eſt ut linea ad ſuperficiem.

18. Celeritas nova, quæ generatur, ſi generatur in eadem directione cum priore, additur ipſi, & exurgit utriuſque ſumma, ut in analyſi accidit quantitatibus eodem ſigno affectis: ſi generetur in directione contraria, ipſi negativè additur, nimirum ſubtrahitur, & exurgit utriuſque differentia, ut quantitas negativa addita poſitivæ eam minuit, non auget; quo caſu ſi velocitas contraria eſt æqualis priori; remanet velocitas =0, ſive determinatio ad quietem, ut diximus in preſſionibus contrariis; ſi major, remanet velocitas negativa, ſive cum directione oppoſita priori. Si demum nova celeritas generetur in directione aliqua obliqua; ei obliquè applicatur juxta legem notiſsimam compoſitionis, & reſolutionis motuum. Exponat priorem velocitatem *AB*, poſteriorem *AC*; completo parallelogrameno *ACDB*, diameter *AD* exponet & magnitudinem, & directionem velocitatis, quæ ex utriuſque compoſitione exurgit. Idem & in preſſionibus, & in velocitatibus contingere ab experimentis manifeſtè diſcimus, & cum ex binis velocitatibus, vel preſſionibus *AB*, *AC*, tertia *AD* exurgit; ea dicitur compoſitio motuum: cum una *AD* concipitur tanquam orta a binis *AB*, *AC* definitis per latera parallelogrammi cujuſcunque, cujus *AD* ſit diameter; ea dicitur reſolutio. Nec illud hìc quærimus, an ex aliis anterioribus naturæ, legibus neceſſario fluat, & demonſtrari poſſit; an ſit potius primaria quædam lex, cui aliam quampiam Na- F.4. 5.

turæ

turæ Auctor pro arbitrio ſuo ſubſtituere potuerit, & illud ſancire, ut ex motuum compoſitione alia quæpiam directio, alia menſura novæ preſſionis, ac celeritatis exurgeret.

19. In compoſitione velocitas, quæ exurgit ſemper eſt minor componentibus ſimul ſumptis, quia latera *AB*, *BD* ideoque & *AB*, *AC* ſimul majora ſunt latere *AD*. In reſolutione augetur ob oppoſitam rationem, ſeu, ut verius dicamus, augeri concipitur; facile enim ex theoria, quam tradituri ſumus, deducitur, reſolutionem nunquam habere locum, ſed ſolum mente concipi; revera autem ſolam haberi compoſitionem. At ſi velocitates componentes intelligantur reſolvi in duas, alteram ſecundum directionem novæ exurgentis, alteram ſecundum directionem ipſi perpendicularem; perpendiculares ipſæ ſemper ſibi æquales ſe elident mutuo, reliquarum ſumma, vel differentia ſemper eadem erit in ea, quæ exurgit, ac in componentibus. Nam ductis *CF*, *BE* perpendicularibus ad *AD*, & completis rectangulis *Ff*, *Ee*, ac reſoluta *AC* in *Af*, *AF*, & *AB* in *Ae*, *AE*, ſatis patet ex æqualitate triangulorum *AFC*, *BDE*, quæ facile demonſtratur, æquales fore *AF*, *DE*, & *CF*, *BE*; ac proinde etiam *Af*, *Ae*; adeoque ipſas *Af*, *Ae* oppoſitas ſe mutuo elidere, reliquarum ſummam in fig. 4., differentiam in fig. 5. eſſe *AD*.

20. Hiſce omnibus præmiſſis; en demum, in quo cum Leibnitianis, & Antileibnitianis convenimus, & in quo diſcrepamus. Actionem illam potentiarum, qua generatur preſſio, vel celeritas, & quam appellavimus vim ipſarum, metimur per aggregatum celeritatum illarum, quæ generantur in ſingulis particulis, nimirum per maſſam in ſimplicem celeritatem ductam; in quo & Leibnitius convenit, qui vires mortuas ita æſtimat. Ea eſtimatio eſt ſatis conformis rationi. Cum enim concipimus ea actione generari vel celeritatem, vel preſſionem, quæ per tempus datum continuata, velocitatem producit ſibi proportionalem; ea actio, quam nos ad eum unicum finem concipimus, ab ipſo effectu æſtimanda erit. Eam autem actionem, nos nihil aliud produce-

ducere concipimus, & affirmamus, præter hanc preſſionem, & velocitatem. Leibnitiani, & Antileibnitiani admittunt præterea vim vivam, ab his potentiarum actionibus in corpore relictam, & permanentem; quocunque demum modo eam explicent phyſicè; ſive eam velint conſiſtere in Peripatetica quadam qualitate, quæ ſit impetus, quod nolunt; ſive in alio quocunque. Nos hanc vis vivæ ſive qualitatem, ſive tantum ideam reiicimus, ut prorſus ſuperfluam, & affirmamus phænomena omnia abunde explicari per ideas tantum a nobis hactenus traditas quibus concipiamus, a potentiis per actiones ſuas immediatè produci ſolam velocitatem, & cum priori per vim inertiæ conſervata componi vel directè, vel obliquè: illi inter ſe pugnant, quæ debeat eſſe menſura vis ejus vivæ, quam vel concipiunt, vel admittunt. Quamobrem ſi illud oſtendimus, phænomena omnia motuum optimè explicari ſine hac nova vel re, vel idea; evicimus ſanè, vires vivas nullas eſſe, & objecto quæſtionis ſummoto, quæſtionem ipſam ſummovemus.

21. Verum ut a motu uniformi ducamus exordium; evidentiſſimè patet ad conſervationem volocitatis, quæ per præcedentes potentiarum actiones eſt acquiſita, ſatis eſſe ſolam vim inertiæ, nec ullam vim vivam requiri. Ea conſervatio in ipſa idea vis inertiæ manifeſtè includitur. Quare ſi, ubi potentiæ agunt ad velocitatem generandam, nulla pariter vis viva neceſſaria ſit; omnia omnino phænomena ſine viribus vivis explicabuntur.

22. Jam verò ſi velocitas producatur per vires earum potentiarum, quæ concipiuntur agere ſine ullo etiam contactu, & impulſu alterius corporis, quemadmodum & a Newtonianis, & a Peripateticis concipitur agere gravitas etiam in corpus in vacuo collocatum; pariter manifeſto apparet, nullum opus eſſe viribus vivis. Ex eo, quod vires gravitatis ſingulis momentis temporis *E* in fig. 3. producant preſſiones *EF* ſibi proportionales, & tempuſculis *Ee* velo- F.
citates *FEef*; producent totis temporibus *AE*, *AC* velocitates *BAEF*, *BACD* juxta num. 16. Si autem ejuſmodi ve-

locitates exprimantur per ordinatas *EH* ad lineam quandam *AHG*, ſpatiola tempuſculo *Ee* producta a velocitate *EH* erunt, ut areolæ *EHbe*, & tota ſpatia reſpondentia temporibus *AE*, *AC*, ut areæ *AEH*, *ACG*. Licet autem & celeritates ſingulis tempuſculis productæ ſint, ut vires, & ſpatia percurſa ut celeritates; in aggregatis varia deprehendetur ſummarum ipſarum relatio, pro varia mutatione virium *EF*. Si vires ſint conſtantes; evadit *BFD* recta linea parallela *AC*, velocitas *BAEF*, ut vires, & tempora conjunctim: quare manentibus viribus, ſit *EH*, ut *AE*, ſit *AHG* recta deſinens in *G*, evadunt ſpatia *AEH*, ut quadrata laterum *EH*, vel *AE*, nimirum ut quadrata velocitatum, vel temporum, vel etiam ut productum ex *AE*, & *EH*, nimirum ex tempore, & velocitate. Patet igitur cur in hac hypotheſi gravitatis corpus ex quadrupla altitudine deſcendens duplam celeritatem acquirat, & duplum tempus impendat. Eadem prorſus de cauſa ſi ſurſum impellatur cum dupla celeritate; aſcendet ad altitudinem quadruplam ſine ulla neceſſitate quadruplæ vis vivæ, quæ ſurſum trudat ipſum corpus. Aſcendit enim donec dupla velocitas contraria impreſſæ generetur, quæ impreſſam elidat, & mutet directionem motus in contrariam. Quod aſcenſus ille habet de poſitivo motu ſurſum, pendet a ſola vi inertiæ conſervante priorem celeritatem: quod habet de negatione ulterioris motus, provenit a gravitate, quæ poſt quadruplam demum altitudinem duplam genuit velocitatem.

23. Quod ſi jam *AE* exprimat non tempora, ſed ſpatia, & *EF* vires, quæ ſingulis æqualibus tempuſculis generent velocitates ſibi proportionales; jam areola *FEef* non exprimet velocitatem genitam ſpatiolo *Ee*, quia quo celerius id ſpatiolum percurritur, eo minorem velocitatem generabit vis eadem. Erit autem celeritas producta in ratione compoſita ex directa vis *FE* & tempuſculi, quod tempuſculum cum ſit ut ſpatiolum *Ee* directè, & velocitas tota inversè; erit velocitatis incrementum directè ut *FE*, & *Ee*, & reci-
procè

procè ut tota velocitas, ac proinde productum ex velocitate in ſuum incrementum, erit ut areola *FEef*. Inde autem ex infiniteſimorum lege colligitur, fore quadratum Celeritatis corporis ex *A* deſcendentis ex quiete, ut eſt areola *BAEF*: & cum de decremento in velocitatem contrariam ducto idem diſcurſus ſit; ſi motus incipiat in *A* verus *C* cum velocitate, quam exprimat *BACD*, & vires contraria directione agant; erunt reſiduarum velocitatum quadrata ut *CEFD*, & motus in *C* extinguetur totus. Si autem ſit *EI* ordinata ad lineam quandam continuam *NIM* reciproca velocitatis *EH*; quæ nimirum ſit ad datam quandam rectam *L*, ut hæc ad *EH*; erit areola *EIie* directè ut ſpatiolum *Ee*, & reciprocè ut velocitas *EH*, nimirum ut tempuſculum; ac proinde totum tempus, quo percurritur *AE*, erit, ut tota area *MAEIm*. Ex ejuſmodi autem linearum natura, omnia quæ ad hoſce motus acceleratos, aut retardatos pertinent in elementis Mechanicæ facile deducuntur: ut *e*: *g*: ſi vires *EF* fuerint ut diſtantiæ *EC* a fine motus *C*; linea *BD* ſit recta deſinens in *C*, linea *AHG* vertitur in quadrantem vel Ellipſeos, vel circuli, area *MAEIm* datur per quadraturam circuli, velocitates in fine ſpatiorum acquiſitæ ſunt ut ipſa ſpatia, & tempora ſunt æqualia. Hinc in hac lege gravitatis, quæ decreſcat in ratione diſtantiarum a centro, velocitas, quæ acquiritur in caſu per duplam diſtantiam, eſt dupla; ideoque e contrario ſi corpus exeat e centro cum dupla velocitate; elevatur ad duplam altitudinem. Atque ut elevatio ad altitudinem quadruplam in hypotheſi gravitatis conſtantis non evincit vim vivam quadruplam; ſic in hoc caſu elevatio ad altitudinem duplam non evincit vim vivam duplam. Pendet utrumque phænomenum a ſolis ſummis velocitatum, quas ſingulis tempuſculis æqualibus producunt vires ipſis proportionales, & a ſolis ſummis ſpatiorum, quæ ſingulis tempuſculis æqualibus percurruntur cum velocitatibus ſibi proportionalibus.

24. Quod autem attinet ad corporum colliſionem præmittimus prius principium ſatis celebre *Actioni ſemper æqualem*,

lem, *& contrariam eſſe reactionem*, quo tam feliciter uſus eſt Wrennus, Valliſius, Hugenius ad elaſticorum corporum congreſſus definiendos, & Newtonus ad ſuam mutuam gravitatem, per quam cœleſtium corporum motus implicatiſſimos explicavit. Nos id principium ita intelligimus, ut quotieſcunque vis alicujus potentiæ agat ſecundum unam directionem in unum corpus, ita æquè agat in aliud ſecundum oppoſitam; ut æquales ſummas velocitatum producat utrinque in particulis, a quibus æquales motuum quantitates pendeant; ac proinde velocitates ſingularum particularum generet maſſis reciprocas. Nullum ſane phænomenum huic adverſatur principio, plurima illi favent, immo quantum experiundo licet animadvertere, favent omnia. Sic in magnete, & ferro, vis magnetica velocitates producit maſſis reciprocas: ſic in navicula, & navi majore funis diſtentus: ſic ſi ceram digito premas, & digitus premitur ſimul, & illa materia. Quare hoc principium ex analogia naturæ ſatis apertè deducitur. At nos ex eo, & durorum, & elaſticorum, & mollium corporum congreſſus eadem generali methodo faciillimè deducemus.

F. 6. 25. Sint jam in fig. 6. bini globi duri *AB*, & *CD*, quorum maſſæ *M*, & *m*, velocitates, cum quibus ſibi invicem occurrunt *V*, & *u*, quæ quidem dicantur poſitivæ ſecundum directionem *BC*, negativæ ſecundum oppoſitam. Momento temporis, quo puncta *B*, & *C* ſe contingunt, debent immutari velocitates vi impenetrabilitatis ita; ut ad quietem reſpectivam reducantur, ſive ad æqualem velocitatem, cui nimirum impenetrabilitas non opponitur. Conſiderabimus igitur impenetrabilitatem, tanquam potentiam quandam, quæ ita in utroque globo producat velocitates oppoſitas, ut eæ ex una parte relinquant velocitatem utrobique eandem, ex altera ſint ob actionem utrinque æqualem reciprocæ maſſis. Dicatur communis velocitas *x*; erit velocitas a priore amiſſa $V-x$ ad velocitatem acquiſitam a poſteriore $x-u$, ut m ad M; ac proinde $VM - Mx = mx - mu$, ſive $VM + mu = Mx + mx$, ſive $\frac{VM + mu}{M + m} = x$; formula communis

nis pro colliſione corporum durorum , in qua velocitas communis poſt colliſionem habetur ; ſi ſingulæ maſſæ per ſuas velocitates multiplicentur , & productum dividatur per maſſarum ſummam . Si autem quæratur $V\text{-}x$ velocitas in priore globo producta ad partes oppoſitas ; invenitur ipſa

$$\frac{VM+Vm-VM-um}{M+m} = \frac{Vm-um}{M+m}$$

; nimirum ut $M+m$ ſumma maſſarum eſt ad m maſſarum alteram ; ita $V\text{-}u$ differentia velocitatum ad eaſdem partes , vel ſumma ad oppoſitas , quæ eſt velocitas reſpectiva , ad velocitatem illam , quæ in altero globo producitur ſecundum directionem oppoſitam rectæ jungenti centra .

26. Nulla hic pariter neceſſitas virium vivarum . Si bini globi celeritatibus , quæ ſint reciprocè proportionales maſſis , ſibi invicem occurrant ; ſiſtitur ex eadem formula momento temporis utriuſque motus . Inde colligunt Antileibnitiani , vires vivas eorum fuiſſe ante concurſum ut maſſas , & celeritates ; ac proinde in conflictu ob earum æqualitatem ſiſti motum . Si impenetrabilitatem reſpicimus ut potentiam quandam, quæ ſecundum communes leges agat, licet per ſaltum , ex natura ſcilicet duritiei ; nulla virium vivarum neceſſitas eſt in eo caſu .

27. Concipiamus jam eoſdem globos , ubi venerint ad diſtantiam *BC*, repelli vi quadam , quæ ulteriori acceſſui reſiſtat , & imminutis diſtantiis augeatur . Mutabitur, non quidem momento temporis , ſed ſucceſſivè velocitas utriuſque ita , ut ex principio actionis, & reactionis æqualis poſt quodcunque tempus continuum producantur velocitates maſſis reciprocæ ad partes contrarias . Interea verò minuetur perpetuo diſtantia , donec ſi vis illa repulſiva fuerit ſatis magna , diſtantia maneat quidem aliqua , ſed ſit minima : quo caſu reducentur ad eandem velocitatem , quod nimirum requiritur, ut diſtantia ulterius non minuatur . Tum verò , vel incipiet iterum creſcere diſtantia , ſi nimirum perſeveret repulſiva illa vis : vel perſeverabit ; ſi ibi ea omnis ceſſet . Primus caſus exhibet nobis binos globos impingentes in ela-

ſtrum *BHC*, quod dum clauditur angulus *H*, globi ipſi repelluntur, donec ad priorem poſitionem ventum ſit, poſt quam elaſtrum retrahi incipit plus æquo apertum a celeritate jam acquiſita, & globi cum acquiſita celeritate pergunt recedere a ſe invicem: ac poteſt idem primus caſus referre etiam binorum elaſticorum globorum concurſum, quorum partes, dum poſt contactum in *B*, & *C* introrſum cedunt, velocitatis inæqualitate in iis punctis inhibita per vim impenetrabilitatis; elaſticitas, quæ earum acceſſui ad reliquas reſiſtit, agit utrinque æqualiter. Secundus caſus exhibet corporum mollium naturam, qui haberetur, ſi elaſtrum in illa minima diſtantia diſrumperetur in *H*; quæ proinde concipi poſſunt tanquam compoſita ſibrillis elaſticis illis quidem, ſed breviuſculis, & quæ citiſſimè vel diſrumpantur, vel diſſolvant quoſdam veluti nodos, quibus continebantur. Sic enim partes, dum introcedunt, reſiſterent, ſed ſiguram nequaquam recuperarent.

28. Quoniam autem in illa minima diſtantia habemus globorum velocitatas redactas ad æqualitatem, & velocitates utrinque productas maſſis reciprocas; habemus elementa eadem, ex quibus in congreſſu corporum durorum eruta eſt velocitas, quæ ab altero globo acquiritur ſecundum directionem oppoſitam rectæ jungenti centra. Eadem igitur erit formula pro corporum mollium congreſſu; & pro elaſticorum corporum colliſione duplicanda erit eadem acquiſita velocitas; eritque ut ſumma maſſarum, in iis quidem ad maſſum ſimplicem alterius, in his vero ad duplam; ita velocitas reſpectiva ad velocitatem ab altero acquiſitam.

F. 7. 29. Si fuerint quotcunque globi intermedii in *EFG*; ſub initium quidem punctum *B* cum tota velocitate globi *AB* celerrimè accedet ad *E*; interea *E* incipiet acquirere velocitates verſus *F*, & *B* cum globo *AB* ad partes oppoſitas, ac proinde incipiet globus *AB* retardari. Ad acceſſum puncti *E*, vis, quæ repellit *E*, & *F*, ſtatim utrumque punctum ad partes oppoſitas urgebit, ſed minus, quamvis, quæ repellebat *B*, & *E*, ob minorem ſub initium veloci-

cita-

citatem puncti *E*, quam *B*, adeoque minorem acceſſum. Quantumvis exiguo tempore poſt primum occurſum in *B* ſublato æquilibrio propagabitur mutatio ſtatus per omnia puncta *EFGC*, ſed multo major erit velocitas acquiſita ſecundum directionem *BC* in proximis globis, quam in remotioribus. Progreſſu temporis deveniri debet ad diſtantias omnium minimas, poſt quas globi incipiant a ſe invicem recedere. Id non contiget; niſi ubi velocitas reſpectiva evaſerit nulla; & proinde omnium globorum velocitates æquales. In eo caſu ob actionem & reactionem æquales ſumma celeritatum, quas ob vim repulſivam exercitam per *BE* acquiſiverunt particulæ globi *AB*, erit æqualis celeritati acquiſitæ ad partes oppoſitas a particulis globi *E*; ac ad partes pariter oppoſitas velocitatem acquirent æqualem globi *E*, & *F*, & ita porro uſque ad globum *CD*. Summæ velocitatum particularum omnium productæ a vi repulſiva in intervallis *BE*, *EF*, *FG*, *GC*, ſint x, y, z, u: erit ſumma omnium velocitatum, quas acquirent particulæ globi *AB* ſecundum directionem *CB* uſque ad illam minimam diſtantiam, $= x$ ſumma autem omnium, quæ remanent ſecundum directionem oppoſitam ex iis, quæ productæ ſunt in particulis reliquorum globorum, erit $= x - y$, $+ y - z$, $+ z - u$, $+ u$ ſive erit $= x$. Nimirum prior ſumma poſteriori æqualis. Quamobrem ſi in plures globos quotcunque delatos eadem velocitate cum globo *CD* incurrat globus *AB*; eodem prorſus modo res cedet, ac ſi ii globi omnes in unicam maſſam coaleſcerent, & ſola vis per *BE* ageret; ac proinde recurrent, quæ dicta ſunt num. 28. Idem autem eſſet diſcurſus, ſi globi quotcumque pergerent etiam cum globo *A*, & alii quotcunque cum globo *D* cum iiſdem velocitatibus eorundem globorum. Semper in minima diſtantia reducerentur omnes ad velocitatem æqualem, & reducerentur productis utrinque æqualibus velocitatum oppoſitarum ſummis ita, ut velocitas ſingularum particularum primi aggregati acquiſita per vires repulſivas ad velocitatem particularum ſingularum ſecundi aggregati eſſet in ratione reciproca maſſæ ſecundi ad maſſam pri-

primi. Et idem pariter diſcurſus eſſet, ſi vires aliquæ non ſolum agerent in globos proximos, ſed & immediatè removerent *E* a *G*, vel a *CD*.

30. Poteſt hic caſus accommodari globis vel elaſticis, vel mollibus, dum concurrunt: in quorum primas partes, quæ ſe contingunt, agat vis impenetrabilitatis, in reliquas verò, & in eas ipſas, dum introcedunt, & ad ſe accedunt magis, quam pro data diſtantia, vires repulſivæ. Poteſt pariter accomodari corporbus duris, concipiendo ea diviſa in plures particulas, quarum alias ab aliis removeat vis impenetrabilitatis, qui caſus a caſu elaſticorum ſolum differet in eo, quod in corporibus duris impenetrabilitas aget momento temporis, & in reliquis elaſticitas ſucceſſivè, nec dura poſt æqualem celeritatem reſilient. Poteſt demum accommodari globis impingentibus in elaſtra pluribus angulis conſtantia; quem caſum figura exprimit, conſiderando ſolum effectum elaſticitatis, & abſtrahendo ab illa translatione virgarum elaſtri, quæ pendet ab aliqua rigiditate, & parum effectum turbat. Ubi datis ſingulorum intervallorum viribus abſolutis determinari poſſet, globis *AB*, *CD* ad ſe invicem accedentibus, quod punctum debeat quieſcere, qui debeat eſſe ſingulorum punctorum motus, quando ſingula puncta, quorum propiora potiſſimum initio plurimum accelerantur, tum retardantur, ad maximam celeritatem deveniant, & alia ejuſmodi. Nobis ſatis eſt oſtendiſſe, quomodo per ſolam generationem velocitatis ortam a potentiis agentibus utrinque æqualiter pendeant hi omnes effectus, ſine ulla neceſſitate virium vivarum.

31. Et quidem illud etiam ſimul patet, quonam pacto in elaſticis, & in mollibus corporibus fiat illa introceſſio partium, & fovearum excavatio. Cum primum ſe molles globi contingunt, mutatur initio magis celeritas particularum contactui proximarum; donec paulatim partes omnes ad æqualem celeritatem reducantur. Ob illam velocitatis inæqualitatem accedunt partes aliæ ad alias magis, quam prius; ea eſt mutatio figuræ, introceſſio partium, excavatio fo-

veæ.

veæ. Si materia ſit elaſtica; figura recuperatur; immo etiam ultra priores limites jam conceptos excurritur, & oſcillationes quædam fiunt, ex quibus in fluidis elaſticis undæ quedam exurgunt: ſi materia ſit mollis; ubi ad illam celeritatem communem ventum eſt, manet diſtantia particularum eadem, & manet fovea. Sic in fig. 2. dum globus *A* impingit in primas materiæ mollis particulas in *B*, ſtatim eæ vi impenetrabilitatis, & repellentium potentiarum acquirunt velocitates, per quas æquilibrio ſummoto, velocitas aliqua generatur in omnibus, ita tamen; ut in propioribus ſub initium multo major generetur, quam in remotioribus, donec demum, & globus, & particulæ, & tota maſſa *MN*, cum toto ſuſtentaculo ad eandem velocitatem reducantur, quæ minima erit, & fere nulla ob immenſam totius Telluris maſſam, cui fulcrum innititur.

31. Hiſce autem omnibus præmiſſis ſponte propemodum fluit explicatio phænomenorum, quæ a Leibnitianis adducuntur ad probandum, vires vivas adeſſe, quæ ſint ut maſſæ in quadrata celeritatis ductæ. Concipiatur globus *CD* maximus, verſus quem globus *AB* delatus cum una velocitate elaſtrum claudat ad datum intervallum. Si globus idem cum dupla velocitate impingat in quatuor ejuſmodi elaſtra illa eodem intervallo claudet, & ab aliis quatuor duplam pariter in regreſſu non quadruplam velocitatem acquiret. Quia ſi recta *AC* in fig. 3. ſit eadem ac *BC* in fig. 6.; vires *EF* in ſingulis ſpatiis *E* erunt, ut numerus elaſtrorum, ſive quadruplæ in ſecundo caſu; quare & areolæ *FEef*, & totæ areæ *ACDB*, quæ per num. 23. exprimunt quadrata velocitatum tam acquiſitarum, quam amiſſarum ſpatio eodem *AC*, erunt in ſecundo caſu quadruplæ, ac proinde velocitates duplæ; quamobrem rectæ *EI* ſemper ſubduplæ, & ſubdupla aggregata omnium tempuſculorum *EeiI*. Ex eo nimirum, quod ſingulis tempuſculis velocitates generantur viribus proportionales; cum per idem ſpatiolum *Ee* corpus cum majore velocitate delatum, minus diuturnam ſentiat quatuor elaſtrorum actionem velocitatis generativam, quam corpus delatum

F. 6

F.

tum cum unica vim ſui elaſtri; minus quam quadrupla velocitas generatur, vel deſtruitur per id ſpatiolum, & aggregatum ſimul omnium eſt ex expoſita demonſtratione non quadruplum, ſed duplum. Nulla igitur virium vivarum neceſſitas: quas tamen ſi quis velit admittere, licet inutiles, & ponat ſingulis tempuſculis æqualibus generari proportionales viribus eodem paſſu, quo celeritates; hic profecto æque bene, ac nos, hæc phænomena explicabit, quod & de ſequentibus intelligi debet. Et eo reducitur luculentiſſima Mairanii explicatio, requirentis, ut amiſſarum virium ſumma colligatur.

32. Eodem modo explicatur, & Polenianum experimen-
F. 2. tum, quo demiſſis globis *A* ejuſdem molis, diverſarum maſſarum ab altitudinibus, quæ maſſis ipſis ſint reciprocè proportionales, excavantur in argilla foveæ æquales *DCE*. Deveniet globus ſubquadruplus cum dupla tantum velocitate: & ſi globum quadruplum in quatuor æquales partes mente dividimus; ſingulis viribus in haſce partes æquales diſtributis, agent in globum minorem in ſingulis punctis ſpatii vires quadruplæ earum, quæ agent in partes ſingulas globi majoris; ac iccirco prorſus, ut numero ſuperiore, duplam tantum iiſdem illis ſpatiis percurſis uſque ad quietem deſtruent velocitatem, tempore ſubduplo dimidiam tantum contrariam producendo.

33. At in eo experimento de quo num. *6.* & *7.* diximus, cum globus idem ex diverſis altitudinibus demiſſus ſemper foveas excaverit altitudinibus, adeoque, quadratis velocitatum proportionales; cauſa pariter ex eodem fonte petenda eſt. Superficies *DCE* ſegmenti ſphærici eſt, ut ſinus verſus *CB*, quod ex Archimede conſtat. Quare dum globus immergitur incurrit in ſingulis punctis ſpatii *BC* in numerum particularum proportionalem diſtantiæ *BC*. Hinc ſit ut vires quæ in eo producunt velocitates contrarias, ſint ut diſtantiæ ab initio *B* motus retardati. Quare, ut in num. 23. notavimus, in hac virium hypotheſi velocitas dupla extinguetur duplo emenſo ſpatio *BC*, & eodem tempore. Quadrupla

drupla eſt materiæ quantitas, ea fovea contenta, quæ comprimitur; ſed non iccirco quadrupla velocitas contraria generatur. Globus duplo velocior ſingulis tempuſculis æqualibus ſucceſſive incurrit ille quidem in quadruplum numerum particularum, ſed ea potiſſimum de cauſa ſingularum virium actiones excipit dimidio tantum tempore, ac proinde dimidias, & omnium ſimul duplas. Nuſquam autem virium vivarum veſtigium ullum, & multo minus neceſſitas.

34. Demum, & in globorum elaſticorum colliſione, quo pacto ſe res habeat, facile eſt expedire. Impingat globus in globum triplum, cum binis gradibus velocitatis, inquit Hermanus; unum illi communicabit, cum uno ipſe reſiliet, cum quo ſi incurrat in aliam ſibi æqualem, quieſcet, illo abeunte cum eodem gradu. Quare quadruplam habebat vim vivam, quam in quadruplam maſſam diviſit. Phænomenum quidem ita ſe habere debet, ut evincitur etiam ex noſtris formulis quas expoſuimus num. 25. & 28. Sed cauſa in promptu eſt. Elaſticitas in globo triplo unum gradum velocitatis produxit, in globo impingente tres oppoſitos, quorum duo priorem velocitatem elidunt; tertius relinquitur, qui pariter in ſecunda colliſione amittitur æquali velocitate per elaſticam vim in utroque globo producta. Nulla igitur hic quoque neceſſitas vis vivæ e globo in globos translatæ. Sic ſi globus *A* delatus ad *C* ita obliquè impingat in globum *B*, ut facta $AC = 2$, & ducto perpendiculo in rectam jungentem centra *BC*, ſit $CD = 1$, perget globus per *CF* parallelam *AD* cum velocitate $AD = \surd 3$, & globus *B* abibit cum velocitate $= 1$. Si autem rurſus cum data lege impingat in globum *G*, tum in I; iidem globi abibunt cum velocitate $= 1$, & globo *A* relinquetur primum velocitas $= \surd 2$, tum $= 1$. Sed inde colligi non poterit habuiſſe vires vivas 4. quas diviſerit in 3. globos, una ſibi reſervata. Vis elaſtica in globo *B* generavit illam ejus velocitatem $= 1$, & in globo *C* contrariam *CD*, quæ compoſita cum $CD = CA$ obliquè, ipſam potius minuit, & reduxit ad $\surd 3$. Et idem in reliquis colliſionibus contigit, vi elaſtica ſemper binas æquales contrarias velocitates producente.

35. Cæ-

35. Cæterum quod in experimentis potiſſimum, in quibus globus in argillam decidit, excavatio fovearum a nulla vi viva pendeat, ſed a potentiarum actionibus explicatis; ſic manifeſtè colligitur. Si maſſa *MN* impingat in globum *A*; eadem prorſus fovea excavatur, ac ſi globus cum eadem velocitate impingat in maſſam. Excavatio autem ejuſmodi nec tribui poteſt vi vivæ globi *A*, qui nimirum quieſcebat, neque viribus vivis particularum materiæ mollis *MN*, quæ vires vivæ tendunt ad conſervandum omnium motum, non ad minuendum. In eo caſu provenit ex eo, quod impenetrabilitas, & aliæ potentiæ, dum agunt in globum *A*, ad generandam velocitatem in eo, agunt & in partes materiæ mollis generando celeritates oppoſitas, majores quidem initio in proximis, in remotioribus minores; donec paulatim omnes evadant æquales; & acceſſus particularum ad ſe invicem, pendens ab illa inæquali velocitate initio motus, tandem ſiſtatur, & maneat fovea.

36. Hoc pacto per omnia phænomenorum genera excurrendo, oſtendimus, nuſquam viribus vivis opus eſſe: ſed ex ſimpliciſſimis principiis omnia omnium generum phænomena motuum explicari poſſe per immediatam celeritatis productionem factam actionibus potentiarum nihil poſt ſe relinquentibus in ipſis corporibus, præter diverſam determinationem vis inertiæ, cum ipſa vi inertiæ perſeverantem. Jam verò ſi quis, non obſtante inutilitate vis vivæ, illam adhuc velit admittere; poterit, ut libuerit, ſalvis prorſus phænomenis. Si enim ſtatuat, potentias illas quotieſcunque in ſingulis particulis ſingulis temporibus producunt celeritatis gradus ſibi proportionales, producere etiam vires proportionales; erunt vires ipſæ, ut maſſæ in ſimplices celeritates ductæ. Si autem velit, ſingulis æqualibus ſpatiis confectis, produci ſingulos vis vivæ gradus viribus producentibus proportionales; tum vero erunt virium aggregata, ut maſſæ in quadrata velocitatum ductæ. Nam ſingulis ſpatiolis *Ee* in fig. 4. producentur vires proportionales areolæ *FEef*; ac proinde vires productæ toto ſpatio *AE* exprimentur per

arçam

aream *BAEK* exprimentem etiam quadrata velocitatum. In utraque ſententia phænomena eodem modo contingent, quæ, ut vidimus, pendent a ſola celeritatum productione.

37. Prior ſententia eſt Antileibnitianorum, poſterior Leibnitianorum. Neutram amplectimur ob inutilitatem vis vivæ. Neutrius falſitatem ex phænomenis demonſtrari poſſe affirmamus. Prima tamen magis conformis eſſet ſimplicitati, & analogiæ naturæ, & illam quidem potius defenderemus, ſi alterutra omnino defendenda eſſet. Cum Potentiæ ſingulis temporibus, non ſingulis ſpatiis producant celeritates ſibi proportionales; analogia melius ſervabitur, ſi & vires eadem lege producat. In oppoſita ſententia minima quæcunque vis per magnam velocitatem elevari poſſet ad maximam vim breviſſimo tempore producendam, & multo majorem quam maxima vis longiſſimo. Id ſane ſimplicitati naturæ minus conſonum videtur eſſe. Demum cum mortuæ vires ſint in ratione maſſarum & celeritatum; etiam vivæ, ſi æquè bene poſſunt, debent potius eodem modo æſtimari. At poſſunt: nam quæcunque diximus de potentiis generantibus celeritates, ſi dicantur de generantibus vires, & colligantur ſummæ ſive eorum, quæ acquiruntur, ſive eorum, quæ amittuntur; conſtabunt ſibi ſimul omnia, & phænomenum nullum repugnabit, ut in num. 31. indicavimus.

38. Nec nos magnopere movet Leibnitiana, & Bernoulliana conſervatio virium vivarum, quæ habetur in Leibnitiana ſententia in corporibus elaſticis. Demonſtravit jam olim Hugenius in congreſſu corporum elaſticorum ſemper conſervari poſt congreſſum ſummam productorum, quæ fiunt ſingulorum maſſas ducendo in quadrata ſuarum celeritatum. Id Leibnitius, & Bernoullius attribuunt legi naturæ vires vivas conſervanti ſemper eaſdem. At noſtro quidem judicio melius vires in oppoſita ſententia conſervarentur, ſi ullæ eſſent. Nam quadrata velocitatum, licet in Leibnitiana ſententia ſatis exprimant quantitatem virium; earum directionem exprimere non poſſunt; cum quadrata ſemper poſitiva ſint, & vires habere poſſint directiones contrarias, ac proinde ex

poſi-

poſitivis in negativas tranſire. Sic in Newtoni ſententia gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a centro, ſi diſtantiæ dicantur x, vires exprimi quidem poſſunt per $\frac{1}{xx}$; donec directionem non mutant, Ea mutata formulæ motuum, quæ ex tali expreſſione eruuntur, fallaces ſunt. Ex: gr: notum eſt, in ea virium lege, ſi punctum tendat ad ſingula puncta ſuperficiei ſphæricæ, menſuram attractionis ex omnibus reſultantis, donec eſt extra ſuperficiem, poſita diſtantia a centro $= x$ fore $\frac{1}{xx}$; at ſimul ac infra ſuperficiem deſcendit, evadit $= 0$. Jam verò quoniam vires vivæ deberent eſſe & poſitivæ, & negativæ; ſi ſumma maneret, maneret utique, ut in omni & geometria, & analyſi ita, ut negativa addita poſitivis ea minuerent, & additioni ſubtractio ſubſtitueretur. At eo pacto in Leibnitiana ſententia ſumma non manet: in Antileibnitiana verò ſententia, cum ſumma motuum ad eaſdem partes, & differentia ad oppoſitas conſervetur, motibus nimirum, qui producuntur ab actionibus potentiarum æquè ſemper in partes oppoſitas agentium, neutram turbantibus; vis autem viva in ea ſententia ſit ut maſſa in celeritatem ducta, adeoque ut motus: conſervatur utique etiam vis viva ita, ut poſitiva pro poſitivis in ea ſumma, & negativa habeantur pro negativis. Quin immo ſi hoc ſenſu reformetur Carteſii principium de conſervatione quantitatis motus, rite ſervatis directionum ſignis; ita erit verum, & de iis viribus, & de motibus; ut animæ quoque liberæ vires nihil turbent ejuſmodi conſervationem; ſi modo ea tantum lege ipſa etiam in corpora agat; ut ſemper oppoſitas debeat binis particulis celeritates imprimere, cujus oppoſitum non evincitur.

39. Si demum, quis vires vivas nullas admittat, at in corpore conſideret diſpoſitionem illam, quam habet, ad foveam excavandam in molli maſſa, ad tendendum numerum elaſtrorum, ad aſcendendum contra gravitatem uniformem ad aliquem altitudinem, conſiderando hos effectus tanquam ab ipſo præſtitos, ſine ullo reſpectu ad potentias, a quibus pendent, ad ſeriem actionum, & tempora, quibus exercentur;

tur ; poterit is eam diſpoſitionem ita conſideratam appellare vim vivam , eritque ejus menſura maſſa ducta in quadratum velocitatis . At æque alter poterit conſiderare diſpoſitionem ad quoddam ſpatium dato tempore motu uniformi percurrendum , vel in vincendis obſtaculis , ſeriem , & tempora actionum conſiderare , & huic erunt vires vivæ in ea conſideratione uſurpatæ , ut maſſæ ductæ in ſimplices celeritates . Qui ita voces uſurpari non permittat , quæſtionem de nomine inſtituet . Verum in quæſtione de nomine vetuſtiori potius loquendi modo eſt adhærendum , quam recentiori . Nec eſt cur Leibnitius , ſi de nomine tantum immutando contendit , ſe tantopere jactet , tanquam ſi magnum aliquem omnium Mechanicorum errorem deprehenderit ; quod bene notat Mairanius .

40. Explicatis hoc pacto phænomenorum generibus omnibus per actiones potentiarum , quæ communiter conſiderari ſolent , & reductis ad ſimpliciora , & generaliſſima principia productionis immediatæ velocitatis ; remanet , ut noſtram ſententiam quandam aperiamus , quæ majorem etiam ſimplicitatem inducit , & analogiam circa potentias ipſas , & eorum agendi modum : in quam nos quidem maximè inclinamus , tum ob hanc ipſam ſimplicitatem , & analogiam ; tum quod plurimis etiam primariis corporum affectionibus explicandis ſit apta ; licet videamus , eam quidem ab iis omnibus , qui rem altius non perpenderint , cum riſu quoque excipiendam . Nihilo tamen minus diutiſſimè meditati eam hìc proferre non dubitamus , paratiſſimi tamen ſi gravius quidpiam contra ipſam proferatur nobis , eandem deſerere , & communem ſequi . Lis ea eſt acerrima Newtonianos inter & Carteſianos circa motuum generationem , quod Carteſiani ſolo corporum impulſu eorum motum mutari , contendunt , Newtoniani vires admittunt etiam in corporum diſtantia agentes . Sic gravitatem hi etiam in vacuo agnoſcunt , illi contra vociferantur , unum eſſe in Mechanica impulſum admittendum, cætera omnia a mechanica plurimum ahorrere .

41. No-

41. Nobis autem rem diutius, & diligentiſſimè conſiderantibus illud in mentem venit; Si analogiæ, & ſimplicitati naturæ conſulatur; nullam mutationem motus fieri per impulſionem, ſed ſemper per vires agentes in aliqua diſtantia, ſive eæ in natura ipſa corporum ſitæ ſint, ſive potius ex libera quadam pendeant Opificis ſupremi lege; qui pro arbitrio ſuo potuiſſet non ſolum hanc materia mcondere potius, quam non condere, ſed etiam, cum his potius, quam cum illis condere affectionibus, & legibus, nulla vi illata naturæ corporum nihil aliud requirenti, niſi ſummam ſubjectionem Conditoris ſui Divinis nutibus. Quamobrem cenſemus, ab illis principiis derivari, corpora, & eorum particulas nullo unquam caſu ſe ita contingere; ut verè nihil intermedii ſpatii interſit; ſed viribus quibuſdam præditas eſſe ſingulas materiæ particulas, quæ in aliis diſtantiis attractivæ ſint, in aliis repulſivæ ita;ut demum imminutis in infinitum diſtantiis, augeatur vis repulſiva in infinitum, non vincenda niſi infinita vi, quam ſolus Deus ipſe O. M. poſſit exercere, qui proinde ſolus poſſit, compenetrare corpora, & iis adimere extenſionem.

42. Nec illud nos movet, quod videamus continuas, & non interruptas ſuperficies corporum, videamus, admotis globis nullum apparere intervallum, admota manu contactum experiamur; nec illud veremur, ne quis baculo utendum dicat, ut innoteſcat nobis; an verè contactus corporum habeatur. Minima intervalla ſub ſenſum non cadere, ſatis patet. Trans pellucidam criſtallum liberè radii permeant quaquaverſus: immo, ut norunt, quicunque microſcopiis tractandis aſſueverunt, trans omnium corporum tenues laminas, licet ad ſenſum continuas, tranſeunt. Adſunt iccirco meatus, qui non apparent, & adſunt in immenſa copia. Idem globorum intervallis poteſt contingere. Si maxima vis repulſiva in minimis diſtantiis ſeſe exerat; ubi globum globo admoveris; vis illa, ut in fig. 6., aget in utrunque globum; donec utrunque ad eandem celeritatem reduxerit. Promovebi-

vebitur globus, qui ante quieſcebat, altero, ſi ipſum ſemper promoveas, ſemper intervallum illud minimum retinente, quod tu ſenſu percipere cum non poſſis; non poteris ſanè inde arguere, ipſum intervallum verè nullum eſſe. Idem in manu continget, idem in baculo. Ubi ad minimas eas diſtantias ventum fuerit, vis repulſiva aget illa quidem & in id corpus, & in fibras, ut in vero immediato contactu vis impenetrabilitatis: fiet introceſſio partium, ut in preſſione ex contactu derivata: tendentur fibræ ea vi, & inde motu ad cerebrum propagato, eodem prorſus modo perceptio ſiet, quo ſieret per contactum: Ea omnia adduximus, ut ante quam fundamenta ipſa noſtræ ſententiæ aperimus; oſtendamus maniſeſtò, neque ejus veritatem, neque ejus falſitatem hujuſmodi experimentis, & ſenſuum teſtimonio evinci, ac in ipſis ſenſibus nullum prorſus fundamentum haberi poſſe pro utralibet. Sed ut magis communi loquendi modo conſulamus, quo & nos utimur, contactum dicemus phyſicum, & cui, ut unicè per ſenſus noto, nomen contactus ex hominum inſtitutione eſt impoſitum, eum, in quo bina corpora devenerint ad diſtantiam; quæ nullo hominum ſenſu poſſit percipi, & in qua vis repulſiva ita ſit magna, ut nulla humana vi vinci poſſit. Contactum mathematicum, & immediatum eum, in quo intervallum in ſe ſit nullum. Illum priorem in baculo formidaremus, hunc ſecundum, ſi noſtra ſententia vera ſit, timere non poſſumus.

43. Sed ut ad fundamentum noſtræ hujus ſententiæ deveniamus; in primis difficultatem omnem amovebimus, qua hujuſmodi vires in diſtantia quadam agentes reiici ſolent, tanquam hic agendi modus, nec mechanicus ſit, nec naturæ congruens. Quæ nobis communis eſt difficultas cum Newtonianis, & quidem etiam Peripateticis gravitatem ſuam vel in libera Dei lege, vel in ipſa natura, & eſſentia corporis, vel in qualitate quadam reponentibus, quæ licet in vacuo poſitum, corpus ad aliud corpus, vel ad centrum diſtans adduceret. Illud a Carteſianis petimus. Cur tandem per impulſum communicatur motus? Cur ubi globus globum im-

 pellit

pellit, motus quieto globo communicatur? Dicent ſanè, impenetrabilitatem eſſe in cauſa; ſi enim bina corpora idem ſpatium occupare poſſent; non eſſet, cur alterum ab altero retineretur. Urgebimus: quid autem eſt impenetrabilitas iſta? unde fit, ut idem ſpatium bina corpora occupare non poſſint? Dicent ſanè, eam eſſe vel naturam corporum, ut alterum alterius locum non occupet, vel liberam Dei legem, vel ignotum aliquid; & ſiquidquam aliud reponant; ſemper urgebimus, donec eodem recidant. Sinant igitur, nos quoque eadem reſponſione uti: nimirum eam eſſe vel corporum naturam, vel liberam Dei legem, ut alterum ad alterum in quibuſdam diſtantiis accedere, in aliis recedere debeat, & quidem in minimis ſemper recedere ſecundum certas quaſdam leges, quas paulo infra explicabimus.

44. Et ſane ut alia innumera attractionum & repulſionum genera omittamus, quæ in minoribus diſtantiis ſe abunde produnt; luculentiſſima ejuſmodi virium exempla in gravitate habemus, & in viribus illis, quibus corpora in lumen agunt, & lumen in corpora. Multa a doctiſſimis viris ingenioſiſſimè reperta ſunt ad gravitatem explicandam per corporum impulſionem ope materiæ gyrantis. Cenſemus nec per Carteſianos vortices, licet reformatos, nec per Hugenianum, gravitatem explicari poſſe. Et Carteſianorum potiſſimum vorticum reformatio, quam infeliciter a ſummis etiam viris tentata ſit, exemplis aliquot illuſtravimus in Diſquiſitione in univerſiam Aſtronomiam, quam anno 1742. exhibuimus. Hic ipſe infelix exitus tantorum tentaminum nobis abunde ſuadet, gravitatem ab impulſione nequaquam pendere, & Planetarum, Cometarumque motus tam diuturnos procedere a vi inertiæ, & a viribus gravitatis agentibus in immenſo pene vacuo, vix ullam reſiſtentiam exhibente. Radios autem luminis in tranſitu prope corporum opacorum acies intorqueri vi quadam ſine ullo contactu, deprehendit olim Grimaldus noſter, & Newtonus inde illam activam vim deduxit, qua tam feliciter uſus eſt, ad reflexionem, inflexionem, & refractionem potiſſimum explicandam.

Et

Et quidem ita putamus, luminis repulſum in reflexione non fieri ab impactione in eam ſuperficiem, a qua id reflectitur; ut eam propoſitionem cenſeamus a Newtono demonſtrari, quantum in phyſicis licet, Optices l.2.parte 3. prop. 8. Binis hiſce luculentiſſimis exemplis inſtructi, adverſariorum clamores nullis rationibus, ſed ſolis præjudiciis ab infantia ſecum deductis innixos non formidamus; & vires aliquas adeſſe in natura, per quas ſine immediato contactu mutetur corporum ſtatus, & velocitas generetur, ita admittimus; ut eum agendi modum ſatis naturæ ipſi familiarem eſſe immo etiam in hac noſtra ſententia unicum arbitremur. Accedit mira illa vis magnetica diu, & pariter fruſtra tentata per vortices materiæ magneticæ, cujus præcipua phænomena, qua ratione a nobis explicari poſſint, innuemus inferius.

45. Cur autem hujus tantum generis vires admittamus in natura, & impulſionem excludamus; cauſa inpromptu eſt. Communis jam eſt multorum ſententia, nihil in natura per ſaltum fieri, ſed ut in locis etiam geometricis, & in algebraicis formulis accidit, quidquid augetur, aut minuitur, ita continuo augeri, aut minui, ut ab una quantitate ad aliam motu ſemper continuo per omnes intermedias quantitates tranſeatur. Hujus principii nulla experimenta fallitatem evincent: plurima, quantum per *ſenſus licet* deprehendere, eo nos manifeſtè deducunt. Et quidem in ipſo locali motu nulla ſanè alia de cauſa per ſaltum ex uno loco tranſire non licet in alium; niſi continuo motu per intermedia tranſeatur. Sic & per tempus continuum ab uno momento ad aliud diſtans devenimus, ſine interruptione, & ſaltu. Id ipſum autem, & in motuum generatione ita a Leibnitianis potiſſimum admitti ſolet; ut nulla velocitas momento temporis intereat tota, aut oriatur, nec ab uno velocitatis gradu tranſeatur ad alium, niſi per intermedios omnes tranſitus fiat. Hinc dura corpora excludunt a natura, in quorum congreſſu momento temporis generaretur velocitas, vel extingueretur; & omnia corpora vel elaſtica eſſe volunt plerique, vel mollia, vel potius mixta, ita nimirum, ut in congreſſu

 bino-

binorum corporum, dum partes introrſus cedunt, paulatim extinguatur velocitas per decrementum continuum, quæ vel iterum reſtituatur paulatim ad partes contrarias per continuum incrementum, ut in elaſticis, vel prorſus intereat, ut in mollibus.

F. 9. 46. Jam verò ſi id principium verum eſt; verum erit etiam mutationem motuum nunquam fieri per impulſionem; quod ex ipſo, nobis quidem videtur evidenter conſequi. Fac enim duo globi elaſtici *AB*, *CD* æquales & cum æqualibus celeritatibus delati, quas exprimant rectæ *AF*, *DO* ipſi *AD* perpendiculares, in ſe invicem impingant in *E*: ipſo momento temporis, quo impingunt in ſe invicem puncta diametrorum *C* & *B*, motum omnem neceſſariò ſiſtent diametris *BA*, *CD* abeuntibus in *Ea*, *Ed* æquales: at omnes reliquæ particulæ preter illas primas, ut poſtremæ *a* & *d*, adhuc moveri pergent motu retardato ſemper; donec omnis earum celeritas alicubi extinguatur in *M*, & *N* mutata jam figura, & diametris contractis: & ſi globi quidem ſint molles; perſeverabunt in eo ſtatu: ſi elaſtici; ſingulæ particulæ per eoſdem gradus retro reflectentur. Si autem erigantur ſemper *BG*, *aH*, *EI*, *dK*, *CL* uſque ad rectam *FO*; velocitates punctorum *A*, & *D*, experimentur illæ quidem per ordinatas ſemper æquales ad rectam *FO* uſque ad *H*, & *K*; tum per ordinatas perpetuo decreſcentes ad lineas quaſdam *HM*, *KN*. At velocitates particularum *B*, & *C*, ſi quæ primæ particulæ ſolidæ ſunt, vel ſaltem punctorum, *B*, & *C*, vel ſuperficierum circa *B*, & *C*, ſi globis ſubſtituantur cylindri, momento temporis extinguentur totæ, & quieſcent ea puncta, vel ſuperficies toto eo continuo tempore, quo *a*, & *d* abeunt in *M* & *N*; exponentur autem multo etiam poſt velocitates ipſæ per ordinatas ad rectam *FO* uſque ad *I*, tum in *I* abrumpetur omnis expreſſio per ordinatas, & ordinatæ *EI* ſuccedet punctum. Si igitur nulla velocitas momento temporis extinguitur; non pergunt globi cum uniformi velocitate uſque ad contactum; ſed ubi particulæ *B*, & *C* acceſſerint ad quandam exiguam diſtantiam; vis aliqua repulſiva eas

perpetuò repellet ita, ut velocitas paulatim extinguatur ante contactum. Subſtituendo corpora mollia, & elaſtica duris, evitatur quidem ſaltus in velocitatibus particularum *A*, & *D*; ſaltus autem in velocitatibus particularum *B*, & *C* evitari non poteſt, niſi in minimis diſtantiis ejuſmodi vis repulſiva admittatur.

47. Et verò, quod in motu globorum æqualium, cum velocitatibus contrariis, & æqualibus oſtenſum eſt, idem contiget in congreſſu quorumcunque corporum cum inæqualibus velocitatibus. Velocitates primarum ſuperficierum momento temporis reduci debent ad æqualitatem, cum impenetrabilitas non ſinat alterum corpus alterius locum ſubire, & toto eo tempore, quo mutantur figuræ, & cæterarum partium velocitates ad ęqualitatem pariter reducuntur, quies illa reſpectiva partium contingentium perſeverabit. Hanc autem vim repulſivam diſtantiis perpetuò imminutis creſcere ultra quoſcunque limites, inde eruitur; quod ſi finita eſſet, globis cum aliqua velocitate delatis, quæ definiri poſſet, punctorum *B*, & *C* velocitas in ipſo contactu elidi deſineret; at ea velocitate aucta contactus haberetur, ante deſtructam velocitatem illam totam, & proinde ſaltus. Et multa quidem ſaltuum hujuſmodi afferri poſſent exempla alia, tum preſſionum ſimplicium, tum mutationis momentaneæ loci geometrici, celeritates exprimentis; Sed caſum evidentiſſimum, & facillimum delegimus. Ex analogia, & ſimplicitate naturæ deducitur principium illud expoſitum num. 45.; illo principio admiſſo, contactus mathematicus neceſſariò excluditur, & vires repulſivæ in minimis diſtantiis creſcentes ultra quoſcunque limites recta ratiocinatione colliguntur.

48. Ut autem alius impediatur ſaltus; oportet vires eaſdem, quibus particulæ in minimis diſtantiis ſe invicem repellunt, ad omnes etiam diſtantias in infinitum extendi; licet poſſint in majoribus diſtantiis ita decreſcere, ut ſenſum omnem effugiant, & in attractivas etiam mutentur, ut jam explicabimus. Si enim ejuſmodi vires aliquo intervallo nullæ prorſus eſſent, tum alicubi agere inciperent; novo ibi ele-

 men-

mento adveniente, abrumperetur prior geometricus locus exprimens celeritates, & novus ſubſtitui deberet. Sic ſi particulæ *A* & *D* motu uniformi delatæ uſque ad *a* & *d*, ibi tantum vires repulſivas ſentire inciperent; velocitates uſque ad *a*, & *d* exprimerentur per ordinatas ad rectas *FH*, *OK*, quæ ibi abrumperentur, & iis ſuccederent vel rectæ, vel curvæ quædam *HM*, *KN*. Id ne fiat oportet actionem aliquam fuiſſe in omnibus diſtantiis, & quidem expreſſam per ordinatas ad curvas quaſdam continuas, de quibus mox agemus, ac nullam, ſi ullibi nulla eſt, ſolum in punctis quibuſdam, in quibus eæ curvæ axem ſecant, & repulſio mutatur in atractionem, vel viceverſa; eo enim pacto, velocitates exprimentur per curvam quandam, quæ ad datam quidem rectam accedere poterit, ſed nuſquam ineam ipſam mutabitur.

49. Directa igitur ratiocinatione ex illo principio deducto per analogiam naturæ devenimus ad vires particularum corporum in minimis diſtantiis repulſivas, & iis imminutis auctas ultra quoſcunque limites, iis auctis variatas ita, ut exprimantur per ordinatas ad curvas quaſdam continuas. Mirum autem, quam ea particularum idea explicandis plurimis corporum phænomenis per quam idonea ſit; mirum quanta inde pulcherrimorum, & difficillimorum problematum ſeges erumpat, quibus & geometria ſublimior, & analyſis exerceatur. Rerum multitudine, & magnitudine obruimur, quæ cum per univerſam latè naturam excurrant intra tam anguſtos unius diſſertatiunculæ fines contineri non poſſunt. Quamobrem delibabimus tantum nonnulla, omiſſis quamplurimis.

50. In corporibus omnibus gravitatem mutuam detexit Newtonus, quam ipſe in particulis omnibus agnovit decre-
F. 10. ſcentem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum: agnoſcimus nos repulſiones has in minimis diſtantiis, quæ diſtantiis imminutis in infinitum excreſcant. Si ad eas ſolas vires in corporum particulis attendendum eſſet; ſic exponi poſſent. Exponant ſegmenta rectæ *AG* diſtantias binarum particularum a ſe invicem; Sitque curva quædam *MCKIH* ejus natu-

ræ, ut habeat pro aſymptoto rectam *NL* perpendicularem axi *AG*, a qua perpetuò recedat; ſecet axem alicubi in *C*, a quo recedat uſque ad *K*; tum reflectatur verſus ipſum, & ab aliquo puncto *I* habeat pro aſymptoto hyperbolam ſecundi ordinis, cujus factum ſub abſciſſis, & quadrato ordinatarum conſtans ſit, ad quam nimirum hyperbolam arcus in *I* accedat ultra limitem ſenſibilem, tum perpetuò magis, & diſtantia pariter puncti *I* a recta *NL* ſit perquam exigua. Ejus curvæ ordinatæ *BM*, quæ verſus alteram plagam ſpectant, exprimant vim repulſivam; quæ ſpectant oppoſitam plagam, ut *DK*, *EI*, *FH*, mutatæ in negativas, exprimenr vires attractivas. Utimur autem virium attractivarum, & repulſivarum nomine, non quod aliquam phyſicam actionem ponamus particulæ diſtantis in diſtantem, ſed ut hiſce vocabulis exprimamus determinationem illam, quæ vel ſita eſt in libera Dei lege, vel in natura, & eſſentia particularum corporum, vel in qualitate aliqua, qua particulæ ad ſe invicem conentur accedere, vel a ſe invicem conentur recedere; quæcunque ex iis ſit cauſa phyſica ejus conatus. Hæc quidem curva, & gravitati Newtonianæ, & noſtræ vi repulſivæ ſatisfaciet.

51. In omnibus enim diſtantiis majoribus, quam ſit *AE*, ut *AF*, poſita ipſa $AF = x$, & $FH = y$, erit ad ſenſum xxy conſtans, & y ut $\frac{1}{xx}$; ſive attractio in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Creſcet ea attractio imminutis diſtantiis uſque ad *AD*, tum decreſcet, & in *C* erit nulla. In minoribus autem diſtantiis ut *AB* mutabitur in repulſivam, quæ, in infinitum imminuta diſtantia, in infinitum augetur.

52. At ecce tibi ſimul, ex eadem lege per ejuſmodi curvam expreſſa, & impenetrabilitatis ratio patet, & extenſionis, quæ ſemper habitæ ſunt tanquam primariæ quædam corporum affectiones, a ſimpliciori quodam principio non pendentes. Profecto ſi imminuta diſtantia *AB*, vires ejuſmodi repulſivæ in infinitum creſcunt: ſine infinita vi particulæ ad ſe invicem ita admoveri non poterunt; ut eundem occu-

 pent

pent locum. Quamobrem ſolus Naturæ auctor infinita potentia pollens eam poterit reſiſtentiam vincere, & corpora compenetrare. Pariter ſi ſe in minimis diſtantiis particulæ ita repellunt; diſponentur profecto ita, ut per locum aliquem diſtribuantur in longum, latum, atque profundum.

53. Verum & illud ſtatim ſeſe obiicit oculis, quo nimirum pacto fluidorum particulæ inter ſe adhæreant ita; ut aliæ magis compreſſioni, & dilatationi reſiſtant, aliæ minus. Si enim eorum particulæ ſint in illa diſtantia *AC*, & ea utcunque parum imminuta, vel aucta ſtatim ordinatæ utrinque plurimum creſcant; vi ad comprimendum adhibita etiam maxima, minimum accedent: quia cito vi comprimenti æqualis invenietur repulſiva; & idem dilationi accidet. Sic aqua nulla vi adhibita comprimetur ad ſpatium ita minus, ut ſub ſenſus cadat; nec tamen inde erui poterit, eam conſtare globulis ſolidis, ſe contingentibus, quo caſu nullum aliud fluidum continere poſſet duplum materiæ, adeoque & ponderis, quam aqua: ſed nec illud, elaſticitate carere aquæ particulas; verum potius ſummam eſſe elaſticitatem, concludetur. Sic etiam ſeparationi reſiſtet, magis, vel minus pro natura rami *CK*. Contrarium accidet, ubi eæ ordinatæ non ſtatim multum augentur.

54. At quoniam aqua majore vi, ut per ignis actionem, in vapores convertitur, quorum particulæ maxima vi a ſe invicem recedunt, & in exiguis diſtantiis ſibi invicem adhærent vi majore, quam quæ ex gravitate oritur; iis viribus, ut & aliis chymicis aliorum corpuſculorum effectibus explicandis, arcus curvæ *CKI* figuræ 10. ita flectendus eſt, ut axem in aliis binis, vel etiam quotcunque punctis ſecet. Mutabitur curva in aliam in fig. 11., in qua in maximis di-
F. 11. ſtantiis *AF* ſit vis attractiva proximè in ratione reciproca duplicata diſtantiarum uſque ad *AE*: uſque ad *AD* adhuc creſcat, ſed ab ea ratione magis recedat, ut poſſit deinde decreſcere uſque ad *AT*: tum fiat repulſiva creſcens uſque ad *AS*, decreſcens uſque ad *AQ*: ibi iterum vertatur in attractivam creſcentem uſque ad *AO*, decreſcentem uſque

ad

ad *AC*, & demum in repulſivam abeat. Si particulæ aquæ habeant diſtantiam *AC* eam tuebuntur, donec vis aliqua, ſuperata maxima vi attractiva *OP*, eas ultra *AQ* removeat: tum enim ſponte a ſe recedent plurimum; & ſi punctum *R* plurimum recedat ab axe; maximas vires repulſivas acquiret. Vires autem attractivæ verſus O poſſunt eſſe multò majores, quam quæ a gravitatis expreſſione requirantur.

55. Harum attractionum uſque ad certos limites, & repulſionum poſt eoſdem exemplum habemus in elaſtris, quæ in certis angulis aperta quieſcunt, magis diſtracta ad ſe invicem conantur accedere, magis compreſſa vim exerunt repulſivam. Et quidem ex eadem theoria, & mollium corporum diſcrimen habebitur ab elaſticis. Si enim intervalla *QT*, *CQ*, per quæ vires repulſivæ, vel attractivæ exeruntur, majora ſint; corpus erit elaſticum: ſi poſt modiciſſima intervalla, repulſivæ vires in attractivas tranſeant; erit molle. In primo caſu poſt multam compreſſionem a *T* verſus *Q*, adhuc ſemper vires repulſivæ agent, & ad veteres diſtatias redibitur. In ſecundo caſu ſtatim pervenietur ad *Q*, poſt quem limitem vi repulſiva in attractivam verſa nullus erit conatus ad regreſſum. Sic & in filis, ac funibus videmus, earum maſſas plus æquo compreſſas, compreſſioni reſiſtere: fiet id per intervallum *AC*; ſi autem diſtendi incipiant, quo plus diſtenduntur, plus diſtenſioni reſiſtunt; id verò continget per *CO*. Si ſuperetur maxima vis attractiva *OP*, multò magis, & citiſſimè minores quoque vincuntur uſque ad *OQ*, & vi attractiva in repulſivam verſa funis diſrumpitur.

56. Multò autem plures itus curvæ, & reditus, ad alia complicatiora phænomena explicanda requiruntur, quæ ſingula perſequi, infinitum foret, nec eſt hujus loci. Illud notandum omnes hujuſmodi curvas eſſe de genere earum, quas Parabolicas vocant; & quæ exprimuntur per $a+bx^m+cx^n+dx^r$ &c. $=y$; in quibus nimirum data diſtantia x, unica habetur vis y, vel attractiva, vel repulſiva; poteſt autem eadem vis y reſpondere pluribus diſtantiis x. Et quoniam

ſolu-

ſolutum jam eſt a Newtono problema, invenire curvam parabolici generis, quæ per data quotcunque puncta tranſeat, poterit ſemper inveniri curva continua, & regularis, quæ exprimat vires cujuſcunque particulæ reſpectu cujuſcunque alterius, quæ vires ex phænomenis deductæ ſint; & eadem curva poterit ad arcus datos quaruncunque aliarum accededere quantum libuerit, & eos in quotlibuerit, & quam libuerit proximis punctis interſecare; dummodo ii arcus diverſis axis ſegmentis reſpondeant, Harum verò curvarum natura, & ea puncta, per quæ tranſeunt, ex phænomenis inveſtiganda ſunt.

57. Illud tamen nequaquam omittendum, quo pacto & F.12. ſolidorum corporum adhæſio ex iiſdem fontibus repetatur. Si enim vires particulæ *A* verſus particulam *C* per omnem directionem in gyrum circa eas diſtantias, in quibus ſunt poſitæ, ſint fermè æquales; conſtituent corpus fluidum, cujus partes reſiſtent quidem ſeparationi, qua cogantur majores diſtantias acquirere, ſed, ſervatis diſtantiis iiſdem, liberè altera circa alteram movebitur, & excurret, quo excurſu fiet, ut fluidum cedat vi cuicunque illatæ, & cedendo facile moveatur, ac corpus utcunque parum excedens fluidum in gravitate, ſi totum demergatur, deſcendat lentè quidem, ſed tamen ſemper deſcendat, eodem particularum numero ad ſe invicem accedente, qui recedit, & motu circa ſe ſervatis diſtantiis, nullam habente difficultatem. Unde etiam fiet, ut ſi maſſa fluidi ſeparanda ſit; non magna aliqua ſuperficies ſimul abrumpatur; ſed attenuato fluido in loco ſeparationis per excurſum particularum circa ſe revolutarum, ſucceſſivè aliæ poſt alias ſeparentur; quod & in decidentibus aquæ guttis aſpicimus. Et id quidem ſeparationem fluidorum perfectorum facillimam redderet. At ſi alia curva exponat vires particulæ *A*, ſecundum directionem *Gg*, alia ſecundum aliam quamcunque ita; ut ſit axis quidam virium *qQ*, & vires quaquaverſus non exprimantur per curvam aliquam, ſed per ordinatas ad ſuperficiem quandam, & in eadem diſtantia *AC* per gyrum ſuperficies illa ordinatas habeat jam poſitivas, jam

nega-

negativas; in eadem pariter diſtantia particulæ ſe mutuo fugabunt, ſi in una aliqua directione ſint, ſe attrahent in alia, & in limitibus attractionis, ac repulſionis conſtitutæ eam poſitionem ſervare poterunt, & ab ea depulſæ verticitatem quandam acquirere, qua ſe reſtituant, in quo ipſa corporum ſolidorum connexio ſita eſſe poterit, qua non ſolum ſeparationi reſiſtant, ſed etiam inflexioni. Id autem potiſſimum neceſſariò accidet, ſi major pars ex minoribus conſtet, quæ inter ſe ſint in diſtantiis multò minoribus habentibus validiſſimos connexionis limites; ſed in illis majoribus diſtantiis aliæ attrahant magis, aliæ minus, aut etiam repellant; tum enim neceſſariò conſequetur verticitas.

58. In plurimis autem problematis, quæ circa haſce expreſſiones virium, ut ita dicamus, ſuperficiales proponi poſſunt, & circa motus, qui inde conſequuntur, patet quantæ in Mechanica utilitatis ſint præclariſſima inventa D. Cleraut circa curvas duplicis curvaturæ, & loca ad ſuperficies. Sed fieri poſſet, ut nec axis ullus haberetur in his viribus, & nullæ binæ rectæ lineæ a particula exeuntes eandem haberent curvam; quo caſu per ordinatas ad eandem ſuperficiem eæ vires generaliter exprimi non poſſent; analyticè poſſent; ſed ea non ſunt hujus loci, & tam multa perſequi non vacat.

59. Hæc autem idea nos perducit ad compoſitionem particularum majorum ex minoribus omnino homogeneis, diſſimillimam tamen. Ponatur, vires minorum particularum tam ſecundum axes quoſdam, quam ſecundum quancunque aliam directionem habentem reſpectu ejus axis poſitionem datam, exprimi iiſdem curvis in omnibus iis particulis, & diverſis curvis ſecundum diverſam poſitionem in ſingulis; ubi autem binæ combinantur in quavis diſtantia ſecundum quamvis directionem, vim mutuam exprimi per ſummam ordinatarum, quæ pertinet ad particulam utranque in iis diſtantiis, & directionibus: & poterunt majores particulæ componi ex minoribus ita; ut diſſimillimas habeant virium leges, & ex his aliæ majores gradatim pariter, ut libuerit, diſſimiles.

Nam

Nam ſi diſtantiæ aſſumantur aliæ aliis ita minores, ut ratio minorum ad proximè majores ſit inſenſibilis; & circa terminos ſingularum ex iis diſtantiis fiat in receſſu tranſitus a magna vi repulſiva ad magnam attractivam, quæ tamen, antequam ad ſequentem diſtantiam ventum ſit, iterum in magnam repulſivam convertatur, ac deinde varietur utcunque; plures particulæ minores, poſitæ circa eos terminos, coaleſcent validiſſimè in unam majorem particulam, ac in majoribus diſtantiis unitim agent: nec majores particulæ ejuſdem ordinis ſe mutuò diſſolvent; aut ultra quoſdam limites ad ſe accedent. Quid autem, ſi eodem modo Fixæ quoque ſint in limitibus quibuſdam attractionum, & repulſionum omnium, curva nimirum *KIH* ut in minimis, ita quo-
F.11. que in maximis ultra omnes Planetas diſtantiis plurimum ablundente ab ea Hyperbola, quæ exprimit gravitatem decreſcentem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & ſecante axem iterum, ac fortaſſe in aliis punctis quamplurimis? An non diſtantiam ſeruarent a ſe invicem proximè eandem, nec in ſe mutuò irruerent, & Mundus totus ita conſtaret ſibi, ut una ex majoribus illis particulis? Quid ni ea potiſſimum de cauſa in tam immenſa diſtantia a nobis, & a ſe invicem collocatæ ſunt? Quid ni Cometæ, qui longè ulterius procurrunt, dum in noſtra quidem vicinia ſunt, Planetarium ſiſtema ſubeuntes, viribus, quæ ſunt quamproximè in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, deſcribant curvas quamproximè accedentes ad Parabolas, vel Ellipſes; at mutata in majoribus diſtantiis virium lege, ab iis orbibus plurimum recedant, & redeant illi quidem, at longè alios, longè aliarum orbitarum arcus deſcribant in reditu? An non ſaltem in iis, qui procul recedunt, nullum haberi poterit indicium reditus, licet iidem redeant, mutata fortaſſe etiam Athmoſphæræ illius vaſtiſſimæ magnitudine, & forma, ex qua eorum apparens magnitudo æſtimatur, nucleo ipſo ingenti ſemper caligine quadam involuto?

60. Porro majorum particularum vires, quæ ex minorum combinatione prodeunt, poterunt eſſe, ut diximus, inter

ſe

& diſſimillimæ : nam ex diverſa axium combinatione, & minorum particularum numero diverſiſſimæ virium leges exurgerent. Qui autem inde elegantiſſimis tam directis, quam inverſis problematis aditus aperitur! ut nimirum, ſi data minorum particularum communi lege, dato numero, & earum poſitione ad ſe invicem, quæratur lex, quæ in majoribus ab iis compoſitis conſequi debeat: vel numerus, & poſitio axium quæratur ejuſmodi, ut in particula majore ex iis compoſita data aliqua exurgat lex, vel ſaltem datæ aliquæ vires in datis datarum directionum punctis: quæ quidem problemata ſolus ille ſemper omnia unico intuitu penetrat, qui Mundum dum conderet, ſi hoc, quo diximus modo ſe res habent, iis eſt uſus.

61. Quin immo quoniam per illos attractionum, & repulſionum limites tam feliciter explicatur adhæſio partium; quid ni nullæ ſint minimæ particulæ ſolidæ; ſed, ut omnes adhæſiones ejuſdem generis ſint, ultimò reſolvantur corpora in puncta quædam, quæ partes non habeant, ac proinde continuam extenſionem nec habeant, nec componant. Ut puncta Mathematica in Geometria nec lineam, nec ſuperficiem nec ſolidum continuum componunt; ſed vel congruunt, vel aliquâ lineâ a ſe invicem diſtant; ſic ejuſmodi puncta phyſica & realia, iis viribus prædita continuam extenſionem non poſſent componere, ſed vel compenetrari deberent, ad quod ipſum divina infinita vis requireretur, vel a ſe invicem aliquo intervallo diſtare, quod in utriſque ex ipſa indiviſibilitate & extenſionis carentia conſequitur. Continuum phyſicum eo pacto ſummoveretur e natura. At quoniam in hac hypotheſi phænomena omnia ex earum virium actionibus pendentia eodem modo ſe haberent; continui exiſtentia probari non poteſt. Qui autem de continuo ipſo diu cogitaverit, agnoſcet ſine, in lucro potius ponendum eſſe, ſi id e natura expelli poſſit, atque exturbari. Quid quod ex una parte omne quantitatum genus, quod augeri poteſt in infinitum, poteſt etiam minui, naturâ utraque ex parte limites omnes reſpuente; ac proindo moles corporis, quæ particulis a ſe invicem

diſtractis poteſt augeri in infinitum, videtur illa quidem ex naturæ analogia debere poſſe in infinitum & minui: ex altera verò parte, ſi nullæ ſunt infiniteſimæ partes in ſe determinatæ, ſed infinitè parva ſunt indefinitè parva, in quibus nos tantum a determinata magnitudine abſtrahimus, ut in ſingulis caſibus demonſtrationem liceat deducere ad abſurdum, & ſi eadem materiæ particula non poteſt jam majorem, jam minorem locum occupare totum; in nulla alia ſententia moles vltra quoſcunque limites minui poteſt, particulis ſolidis, ubi ad contactum devenerint, omnem vlteriorem compreſſioſionem omnino reſpuentibus: dum punctorum intervalla utcunque parva, in quacunque data ratione poſſint ſemper dividi, & moles corporis cujuſcunque, ſi punctis conſtet hujuſmodi, reduci ad aliam in quacunque data ratione minorem? Quid quod ibi ſane multò expeditius illud intelligitur, qui fieri poſſit; ut radii luminis ſecundum omnes directiones liberrimè excurrant, nec quidquam ſe invicem turbent. Nimirum numerus punctorum utcunque maximus, ex quo conſtarent, ad ſpatium totum haberet rationem quavis data minorem, ſive nullam; & eadem eſſet ratio numeri caſuum, in quibus ſibi invicem deberent occurrere, ad numerum caſuum, in quibus ſe vitarent? Quid autem, ſi ea potiſſimum de cauſa tanta lumini celeritas, tanta raritas data eſt; ut cum occurſus evitari neceſſariò debeant, virium quoque omnium, quas in exiguis diſtantiis in ſe invicem exercerent diverſorum radiorum particulæ, actiones minimæ evadant, & inceptum iter ad ſenſum non mutent? Non hæc ita ſe habere, dicimus: Sed campi hujuſce incredibilem quandam, & ingeniis exercendis aptiſſimam innuimus ubertatem.

62. Demum quod ad magneticos effectus pertinet; potiores ſanè ſponte inde fluunt. Nam tres in primis ſunt præcipuæ magnetis affectiones: Attractio, ac repulſio juxta diverſos polos, Communicatio virtutis, & Directio. Attractio inde pendere poteſt; quod lex virium inter particulas ferri potiſſimum, & magnetis, ad multo majorem diſtantiam, quam reliquæ, a gravitatis lege plurimum adhuc diſſideat,

ac ſe-

& ſecundum diverſas directiones vires exerceantur in iis particulis quà repulſivæ, quà attractivæ. Vbi multæ ejuſmodi particulæ coaluerunt ſimul cum axibus Attractionum vel congruentibus, vel parallelis, ii enimverò erunt magnetes optimi, qui quidem vires etiam aut acquirere poterunt, aut amittere; prout plures particulæ, quocunque demum artificio eandem poſitionem acquirant, vel amittant, vel cum aliis coniungantur, ex quarum coniunctione immutetur lex. Patet autem eos habere etiam poſſe polos attractionis, & repulſionis, & iis confractis, ſingula fruſta ſuos pariter polos habitura. At ſi ferri particulæ quocunque demum pacto eam axium poſitionem acquirant; ferrum ipſum poterit in magnetem abire, & eandem attractivam, ac repulſivam vim exercere.

63. Hinc Communicatio virtutis in eo ſita eſſe poteſt, quod ferri particulæ caſu & ſine vllo ordine diſpoſitæ, ob magnetis vicini actionem obvertant axes ſuos ita, vt in pluribus particulis ii congruant; tum enim ſe prodet magnetica vis in ferro quoque. Et eadem de cauſa ſi filum ferreum, quod ſuper magnetem ductum virtutem contraxit, poterit virtutem amittere, ſi motu contrario priori ducatur ita; ut axium poſitiones iterum perturbentur. Ferrum autem, quod diu in eodem jacuit ſitu, in magnetem abire poterit, particularum axibus paulatim convergentibus ex actione continua ſubpolarium magnetum, quos ibi in magna eſſe copia infra ſuperficiem telluris patebit ex ipſa directionis explicatione.

64. Directio acus in ſingulos magnetes pendere poteſt ab ipſa attractione, & repulſione juxta diverſos particularum polos, & axium poſitionem, ex quibus, licet in majore diſtantia, verticitas pendeat prorſus, ut in num. 57. Directio autem verſus certas Terræ plagas polo proximas, & altero tantùm polo magnetis eo ſe ſponte obvertente, provenire poteſt ex eo, quod per univerſam quidem Tellurem ingentes adſint ſub ipſa ſuperficie maſſæ ferri, & magnetum, ſed multò plures, quam alibi, verſus polos. Quod enim ejuſmodi fodinæ adſint non tantum ſub ipſo polo; id efficiet; ut non verſus polum accuratè dirigantur acus; ſed hinc inde aberrent. Quod ejuſ-

modi fodinæ minores nullo certo ordine diſperſæ ſint per omnem tellurem, id efficiet, ut in declinatione magnetis nullus ſit certus quidam ordo, ſed & linea, in qua nulla eſt declinatio, & reliquæ, in quibus ea eſt certi graduum numeri, ſint admodum irregulares ad ſenſum, & compoſitæ: quæ quidem ex hiſtoria magnetica habemus omnia. Atque ejus rei imaginem quandam expreſſam habere poſſumus; ſi majorem aliquem magnæ virtutis magnetem ad menſæ caput collocemus; tum alios minores diſpergamus irregulariter. Acus ſe ad magnum illum magnetem potiſſimum diriget; ſed minorum actionibus deflectetur nonnihil. Erit autem linea quædam irregularis, in qua laterales actiones ſe mutuo elidant, & directio fiat verſus magnetem illum maximum: hinc inde ab ea linea declinationes habebuntur contrariæ, & curvæ, in quibus eæ ſint certi graduum numeri, erunt pariter ſatis compoſitæ.

65. Hinc autem elegantiſſimis, & difficillimis problematis aperitur iterum aditus: ut ſi datis in plano binis, vel ternis, vel quotcunque maſſis utcunque inæqualibus materiæ attrahentis in quacunque diſtantiarum ratione, oporteat invenire curvam, in qua corpuſculi attracti directio fiat verſus datum punctum, vel ab eo deflectat per datum angulum. Id autem difficilius, & generalius evadit; ſi eæ maſſæ dentur extra planum utcunque: multò autem magis creſcit difficultas; ſi attractiones exprimantur per curvas quaſcunque datas, vel etiam per ordinatas ad ſuperficiem, vel ita, ut in diverſis quibuſvis directionibus diverſæ curvæ adhibendæ ſint. Quid autem ſi problemata proponantur inverſa, ut ſi datis attractionis legibus, & datis curvis directiones eaſdem exprimentibus, quæratur numerus, & diſpoſitio ejuſmodi maſſarum? An non eo pacto iniretur via, ad determinandam ex obſeruationibus fodinarum magneticarum poſitionem, & magnitudinem?

66. Ac ſi ea eſt declinationis, & inclinationis cauſa; quid ni inde fiat, ut quotidie parum admodum mutetur directio; ... & alicubi

ſit ? Nimirum ſodinæ illæ perpetuas mutationes ſubeunt , novæ alibi generantur , augenturque , alibi minuuntur , & intereunt ; quæ mutatio & perpetua eſt , & exiguo quidem tempore exigua , ſi ſummam ſpectes mutationum omnium contrariarum , longiore verò multò major . At ſi ita res habet ; an non inanis eſt cura , variationem declinationis ad certas leges , quas omnino reſpuit , revocandi ? Fodinas autem magneticas & ferreas in pluribus locis eſſe maximas, ignorat nemo . Ad hoſce effectus explicandos eæ ſufficiunt ; eæ igitur ſunt cauſæ . A phænomenis earum poſitio determinanda , ex quibus , maximam eſſe ſub polo copiam , deducitur . Si quis verò & difficiliora velit problemata ; is motum quærat puncti attracti a maſſis diſperſis , quarum attractiones , vel exprimantur per curvas , vel per ordinatas ad ſuperficiem , vel in quavis recta ex ipſis maſſis exeunte diverſæ ſint; vel ab ejuſmodi motibus quærat vel maſſas datis legibus , vel leges datis maſſis . Quam vaſtus hic Geometriæ , & ſublimiori analyſi campus , in quo vires ſuas experiantur , & promoveant analyſim ipſam ſummi etiam Geometræ , & Analyſtæ !

67. Nos autem nimium ſane evagatos eo regredi neceſſe eſt ; vnde digreſſi ſumus ; ut manum tandem de tabula removeamus . Omnia virium genera per haſce curvas ad unicum , & ſibi ſemper conſtantem agendi modum reducuntur . Corpora dura eliminantur e natura , eliminatur ſaltus omnis, qui etiam in aliis quibuſdam virium legibus haberetur ; ut ſupra vidimus num.38. in puncto a punctis ſuperficiei ſphæricæ attracto in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ; ubi attractio in infinitum poteſt excreſcere in acceſſu ; quod in noſtris curvis nunquam accidit . Phænomena autem motuum eodem , quo ſupra , modo hìc explicantur per actiones utrinque æquales virium per curvas explicatas expoſitarum , quæ novas celeritates immediatè producant in corporibus tam elaſticis , quam mollibus , ſine ulla uſpiam neceſſitate virium vivarum , ſine ulla neceſſitate impenetrabilitatis agentis per

